



INF 1007 – Programação II

Aula 10 – Ordenação de Vetores

Edirlei Soares de Lima
<elima@inf.puc-rio.br>

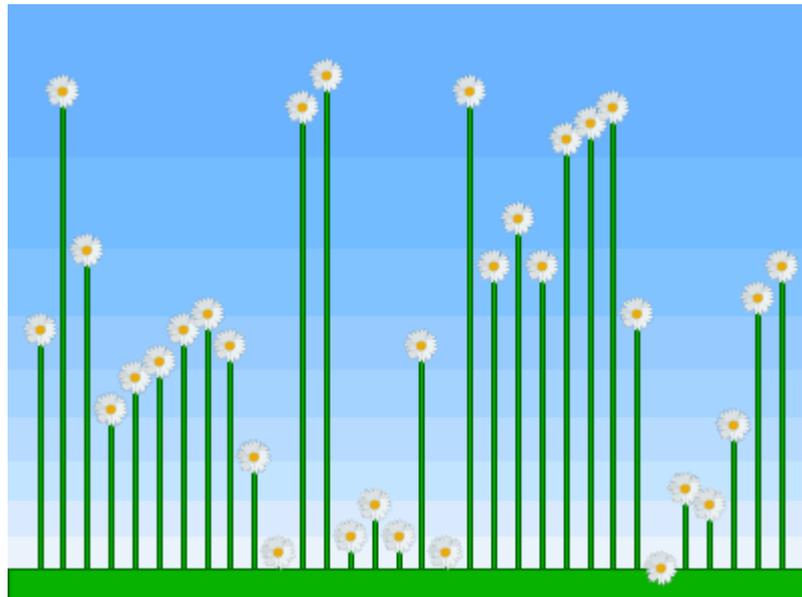
Ordenação de Vetores

- **Problema:**
 - **Entrada:**
 - vetor com os elementos a serem ordenados;
 - **Saída:**
 - mesmo vetor com elementos na ordem especificada;
- **Algoritmos básicos de ordenação:**
 - Ordenação Bolha (Bubble Sort);
 - Ordenação rápida (Quick Sort);

Bubble Sort

- **Algoritmo:**

- Quando dois elementos estão fora de ordem, troque-os de posição até que o i -ésimo elemento de maior valor do vetor seja levado para as posições finais do vetor;
- Continue o processo até que todo o vetor esteja ordenado;



Bubble Sort

16	12	22	23	27	27
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

6	12	14	14	17	22
---	----	---------------	---------------	----	----

Bubble Sort

6	12	14	8	17	22
---	----	----	---	----	----

6	12	8	14	17	22
---	----	---	----	----	----

6	12	12	14	17	22
---	---------------	---------------	----	----	----

6	8	12	14	17	22
---	---	----	----	----	----

Bubble Sort - Exemplo

25 48 37 12 57 86 33 92

25 48 37 12 57 86 33 92

25x48

25 **48 37** 12 57 86 33 92

48x37 troca

25 37 **48 12** 57 86 33 92

48x12 troca

25 37 12 **48 57** 86 33 92

48x57

25 37 12 48 **57 86** 33 92

57x86

25 37 12 48 57 **86 33** 92

86x33 troca

25 37 12 48 57 33 **86 92**

86x92

25 37 12 48 57 33 86 **92**

Final do Passo 1

O maior elemento, 92, já está na sua posição final!

Bubble Sort - Exemplo

25	37	12	48	57	33	86	<u>92</u>	Final do Passo 1
25	37	12	48	57	33	86	<u>92</u>	25x37
25	37	12	48	57	33	86	<u>92</u>	37x12 troca
25	12	37	48	57	33	86	<u>92</u>	37x48
25	12	37	48	57	33	86	<u>92</u>	48x57
25	12	37	48	57	33	86	<u>92</u>	57x33 troca
25	12	37	48	33	57	86	<u>92</u>	57x86
25	12	37	48	33	57	<u>86</u>	<u>92</u>	Final do Passo 2

O segundo maior elemento, 86, já está na sua posição final!

Bubble Sort - Exemplo

25 12 37 48 33 57 86 92

Final do Passo 2

25 12 37 48 33 57 86 92

25x12 troca

12 **25 37** 48 33 57 86 92

25x37

12 25 **37 48** 33 57 86 92

37x48

12 25 37 **48 33** 57 86 92

48x33 troca

12 25 37 33 **48 57** 86 92

48x57

12 25 37 33 48 **57 86 92**

Final do Passo 3

Bubble Sort - Exemplo

25 12 37 48 33 57 86 92

Final do Passo 3

12 25 37 33 48 57 86 92

12x25

12 **25 37** 33 48 57 86 92

25x37

12 25 **37 33** 48 57 86 92

37x33 troca

12 25 33 **37 48** 57 86 92

37x48

12 25 33 37 48 57 86 92

Final do Passo 4

12 25 33 37 48 57 86 92

12x25

12 **25 33** 37 48 57 86 92

25x33

12 25 **33 37** 48 57 86 92

33x37

12 25 33 37 48 57 86 92

Final do Passo 5

Bubble Sort - Exemplo

25 12 33 37 48 57 86 92

Final do Passo 5

12 25 33 37 48 57 86 92

12x25

12 **25 33** 37 48 57 86 92

25x33

12 25 33 37 48 57 86 92

Final do Passo 6

12 25 33 37 48 57 86 92

12x25

12 25 33 37 48 57 86 92

Final do Passo 7

12 25 33 37 48 57 86 92

Fim da Ordenação

Bubble Sort - Implementação Iterativa (I)

```
void bolha(int n, int* v)
{
    int fim, i, temp;
    for (fim = n-1; fim > 0; fim--)
    {
        for (i=0; i<fim; i++)
        {
            if (v[i]>v[i+1])
            {
                temp = v[i];
                v[i] = v[i+1];
                v[i+1] = temp;
            }
        }
    }
}
```

Bubble Sort - Implementação Iterativa (II)

```
void bolha(int n, int* v)
{
    int i, fim, troca, temp;
    for (fim = n-1; fim > 0; fim--){
        troca = 0;
        for (i=0; i<fim; i++){
            if (v[i]>v[i+1]){
                temp = v[i];
                v[i] = v[i+1];
                v[i+1] = temp;
                troca = 1;
            }
        }
        if (troca == 0)
            return;
    }
}
```

Implementação mais otimizada:
para a busca quando ocorre
uma passada sem trocas.

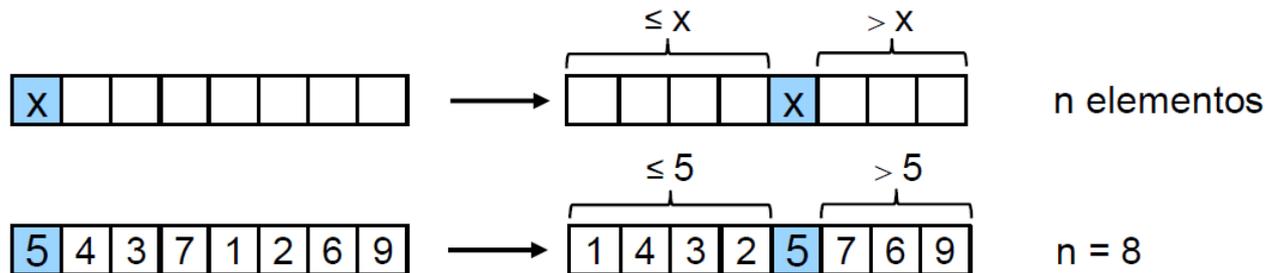
Bubble Sort - Complexidade

- Esforço computacional \cong número de comparações
 \cong número máximo de trocas
 - primeira passada: $n-1$ comparações
 - segunda passada: $n-2$ comparações
 - terceira passada: $n-3$ comparações
- Tempo total gasto pelo algoritmo:
 - $T(n) = (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1$
 - $T(n) = n(n-1)/2 = \frac{n^2 - n}{2}$
 - Algoritmo de ordem quadrática: $O(n^2)$

Quick Sort

- **Algoritmo:**

1. Escolha um elemento arbitrário x , o **pivô**;
2. **Particione** o vetor de tal forma que x fique na posição correta $v[i]$:
 - x deve ocupar a posição i do vetor sse:
todos os elementos $v[0], \dots, v[i-1]$ são menores que x ;
todos os elementos $v[i+1], \dots, v[n-1]$ são maiores que x ;



3. Chame **recursivamente** o algoritmo para ordenar os subvetores $v[0], \dots, v[i-1]$ e $v[i+1], \dots, v[n-1]$ (vetor da esquerda e vetor da direita)
 - continue até que os vetores que devem ser ordenados tenham 0 ou 1 elemento

Quick Sort

quicksort do vetor de tamanho n

se $n > 1$ então

PARTIÇÃO com pivô x

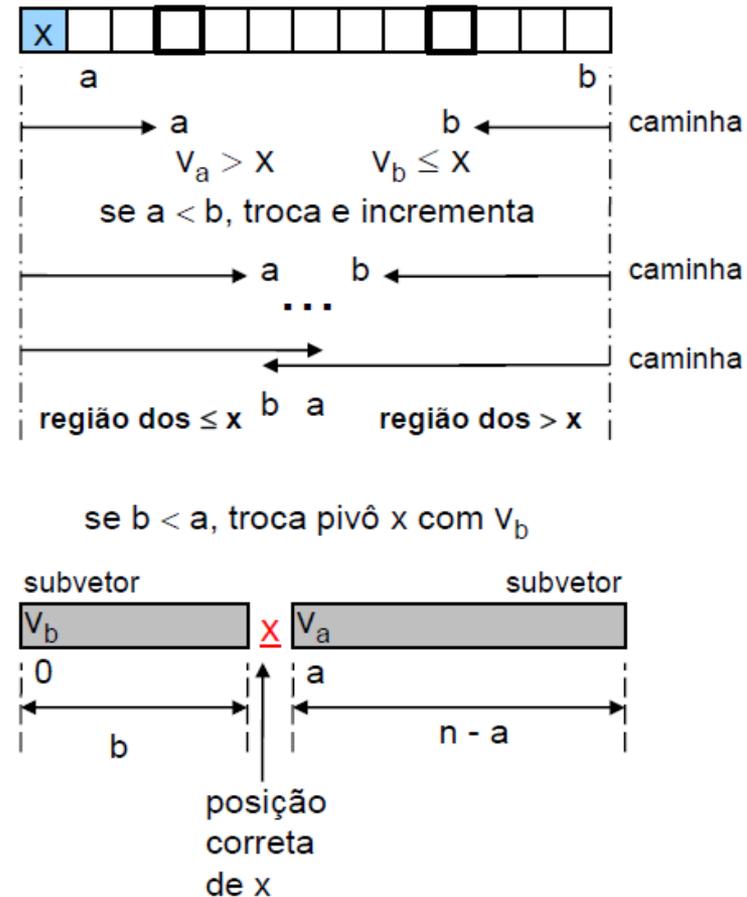
quicksort do subvetor à esquerda de x

quicksort do subvetor à direita de x

Quick Sort

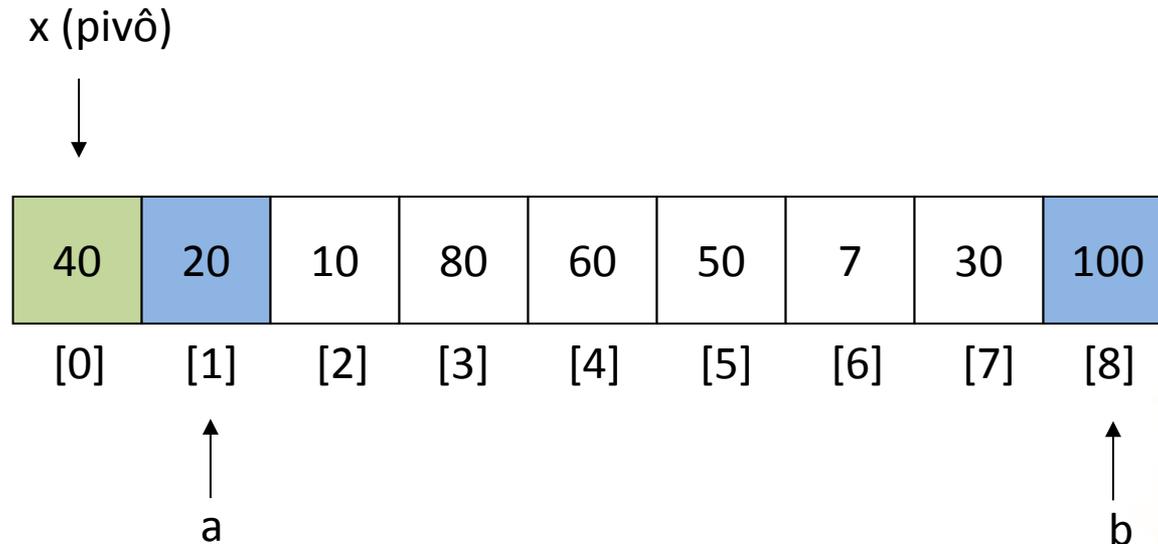
- **Processo de partição:**

1. Caminhe com o índice **a** do início para o final, comparando x com $v[1]$, $v[2]$, ... até encontrar $v[a] > x$
2. Caminhe com o índice **b** do final para o início, comparando x com $v[n-1]$, $v[n-2]$, ... até encontrar $v[b] \leq x$
3. Troque $v[a]$ e $v[b]$
4. Continue para o final a partir de $v[a+1]$ e para o início a partir de $v[b-1]$
5. Termine quando os índices de busca (**a** e **b**) se encontram (**b** < **a**)
 - A posição correta de $x=v[0]$ é a posição **b**, então $v[0]$ e $v[b]$ são trocados

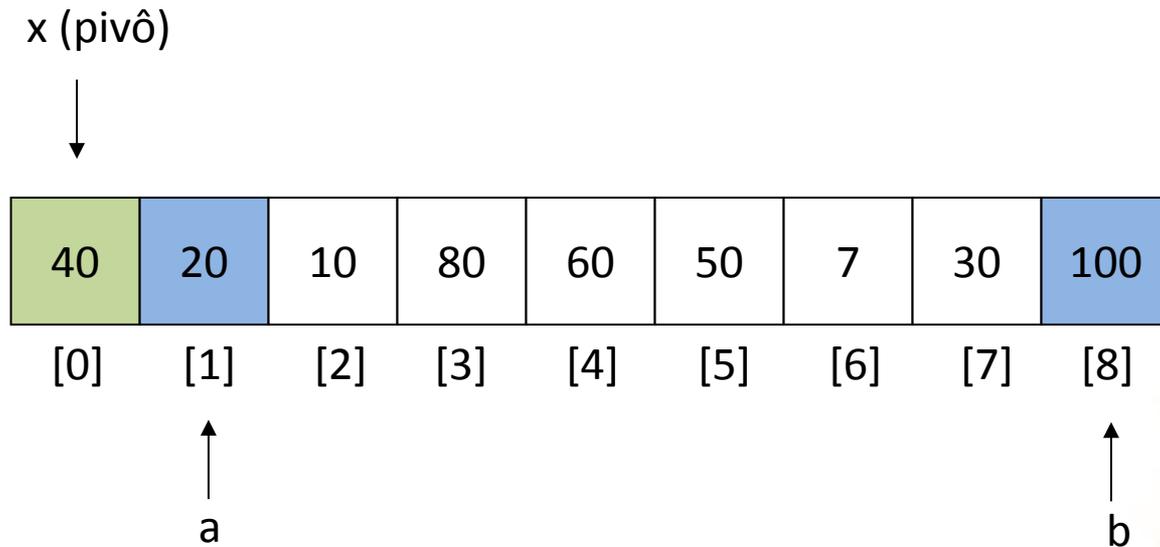


Quick Sort

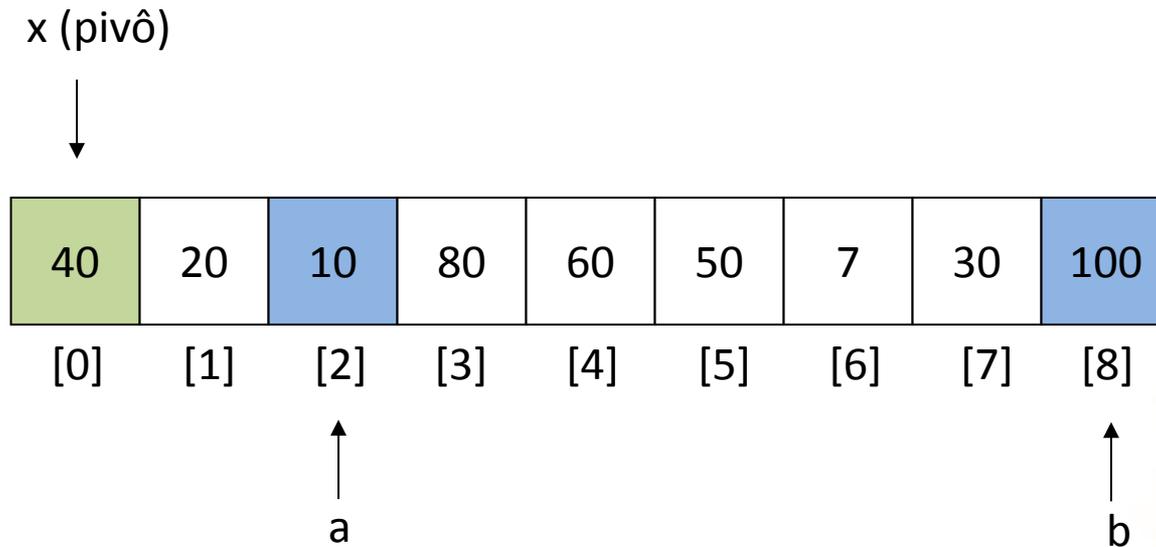
- **Processo de Partição:**
 - Exemplo:



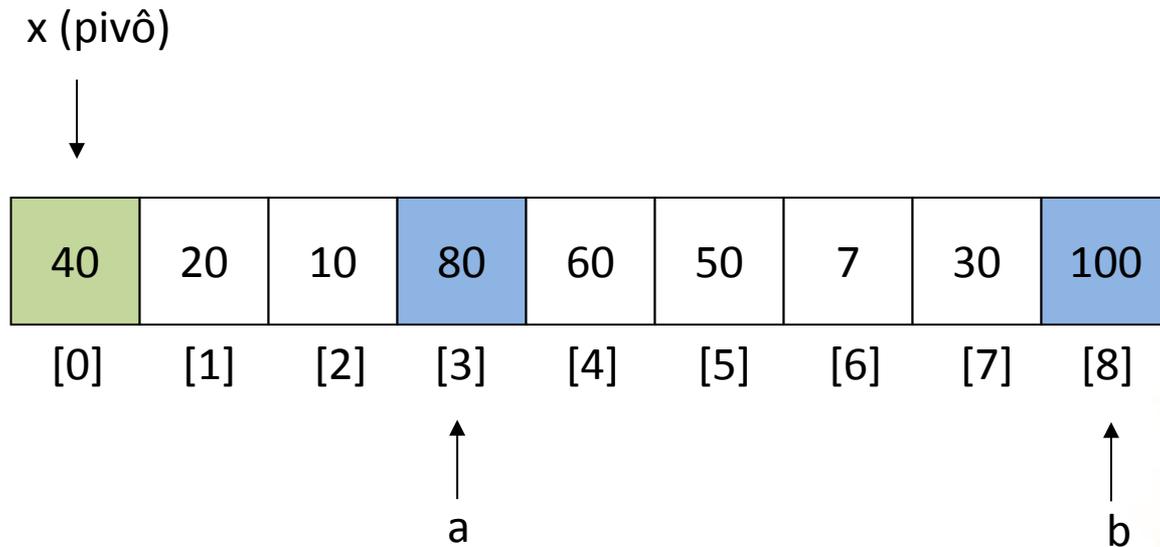
```
do{  
  while (a < n && v[a] <= x)  
    a++;
```



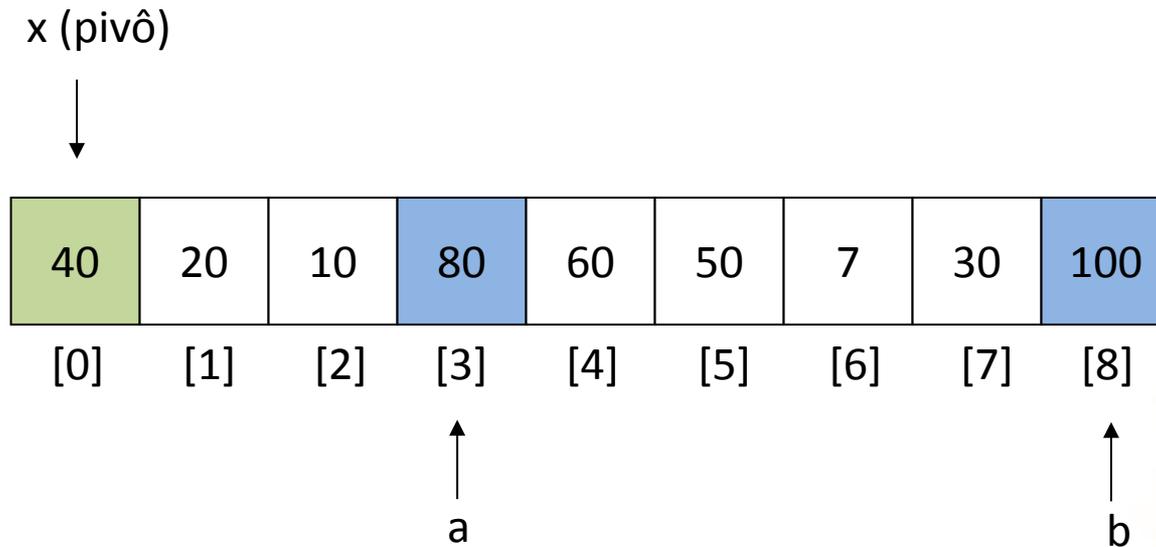
```
do{  
  while (a < n && v[a] <= x)  
    a++;
```



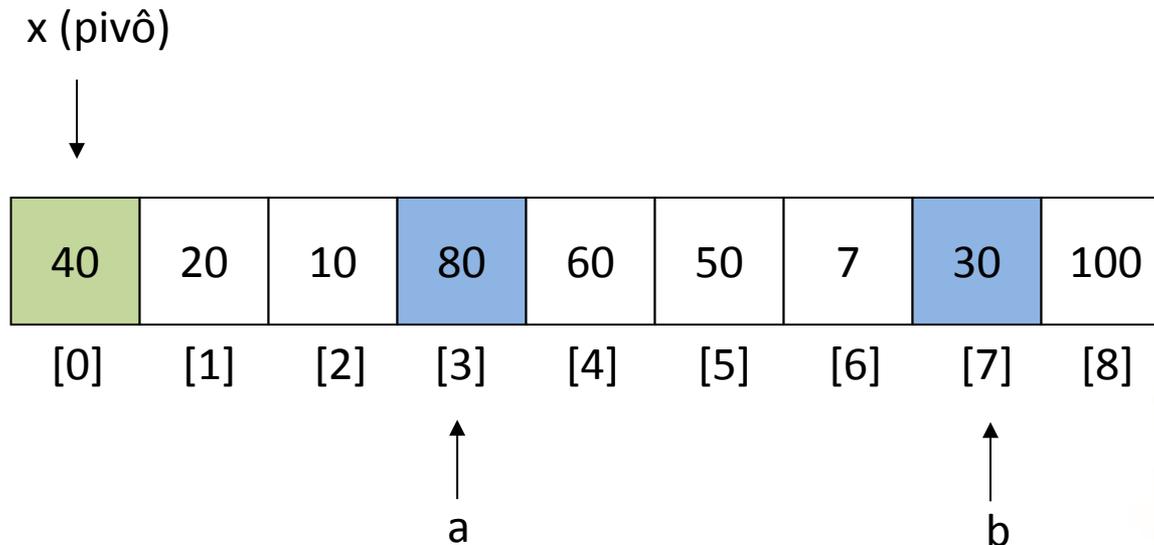
```
do{  
  while (a < n && v[a] <= x)  
    a++;
```



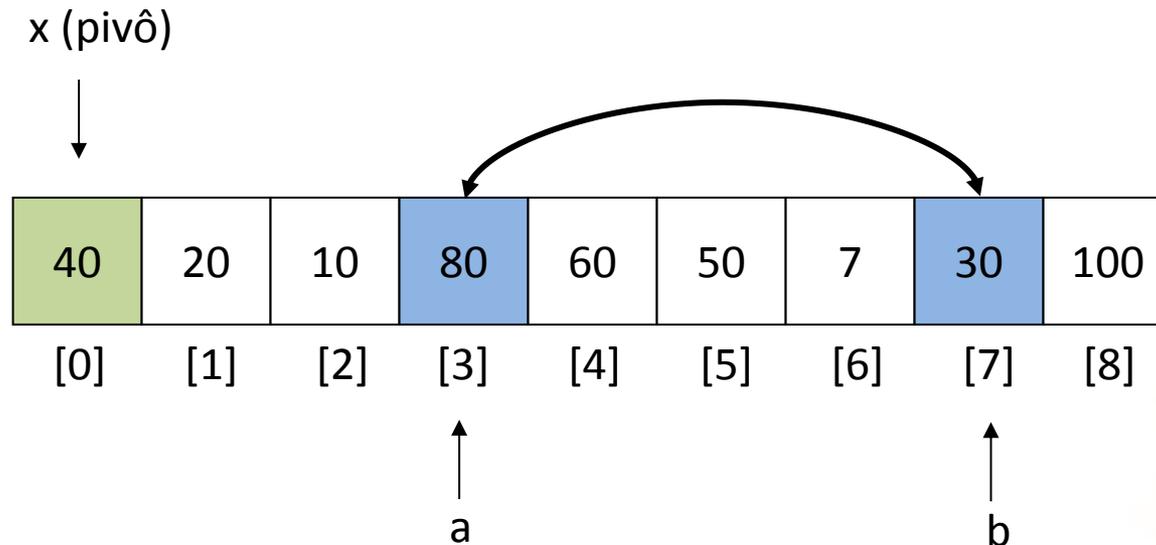
```
do{  
  while (a < n && v[a] <= x)  
    a++;  
  while (v[b] > x)  
    b--;
```



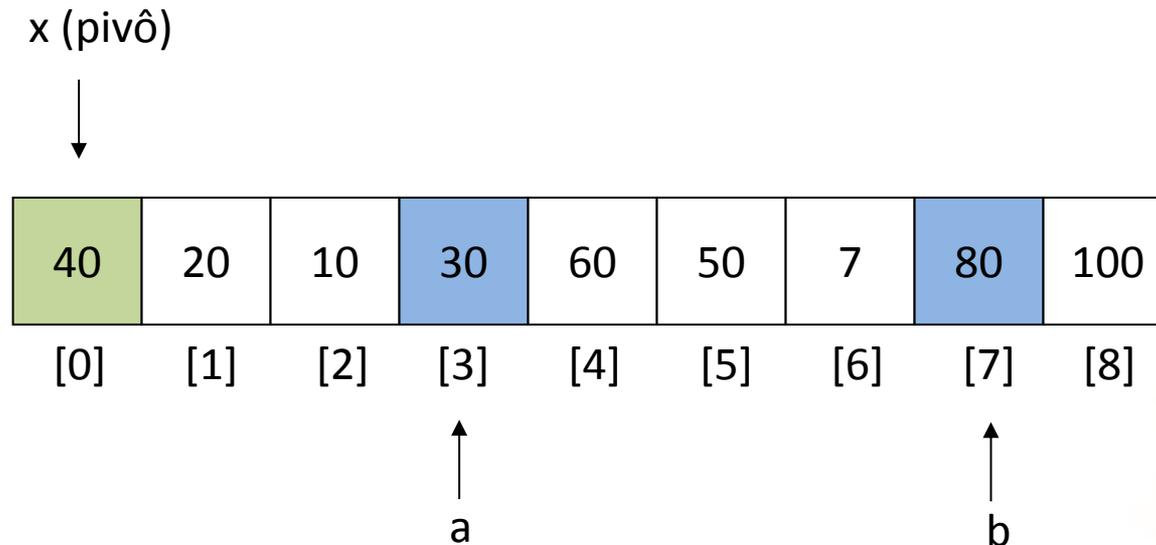
```
do{  
  while (a < n && v[a] <= x)  
    a++;  
  while (v[b] > x)  
    b--;
```



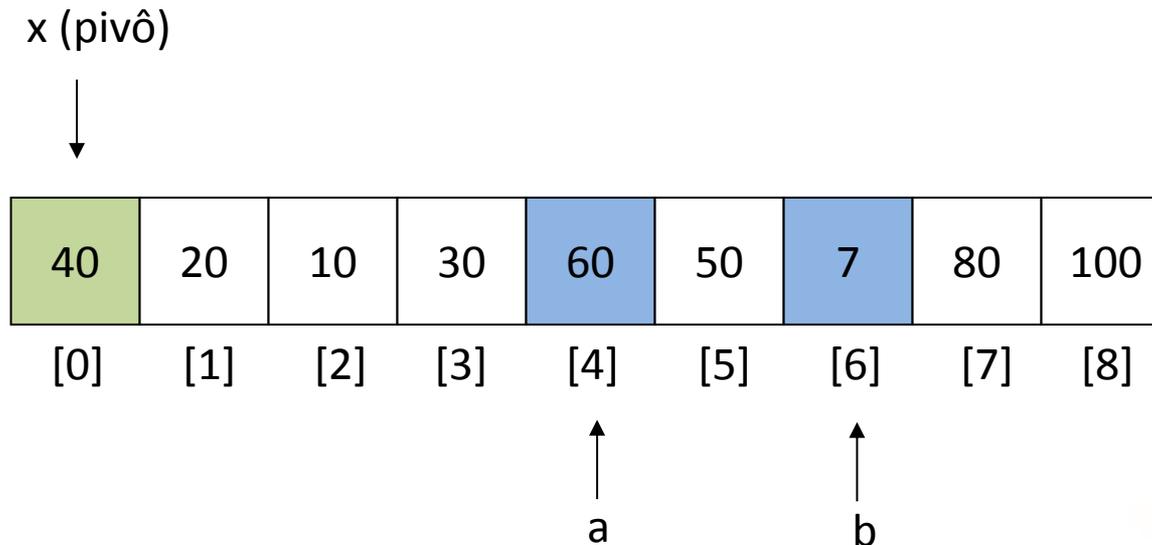
```
do{
  while (a < n && v[a] <= x)
    a++;
  while (v[b] > x)
    b--;
  if (a < b)
    troca(&v[a], &v[b]);
}
```



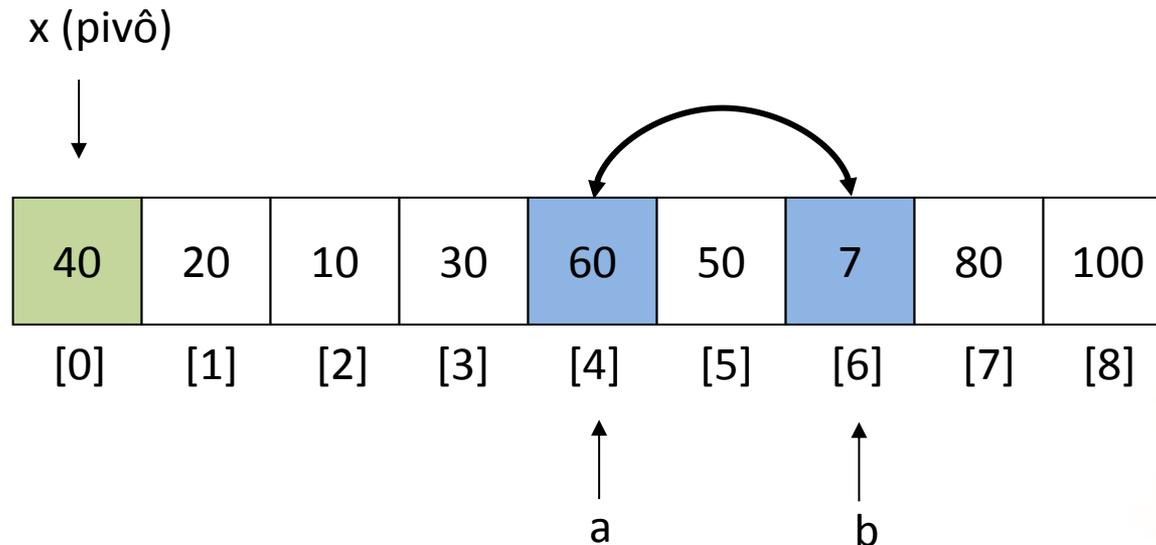
```
do{
  while (a < n && v[a] <= x)
    a++;
  while (v[b] > x)
    b--;
  if (a < b)
    troca(&v[a], &v[b]);
} while (a <= b);
```



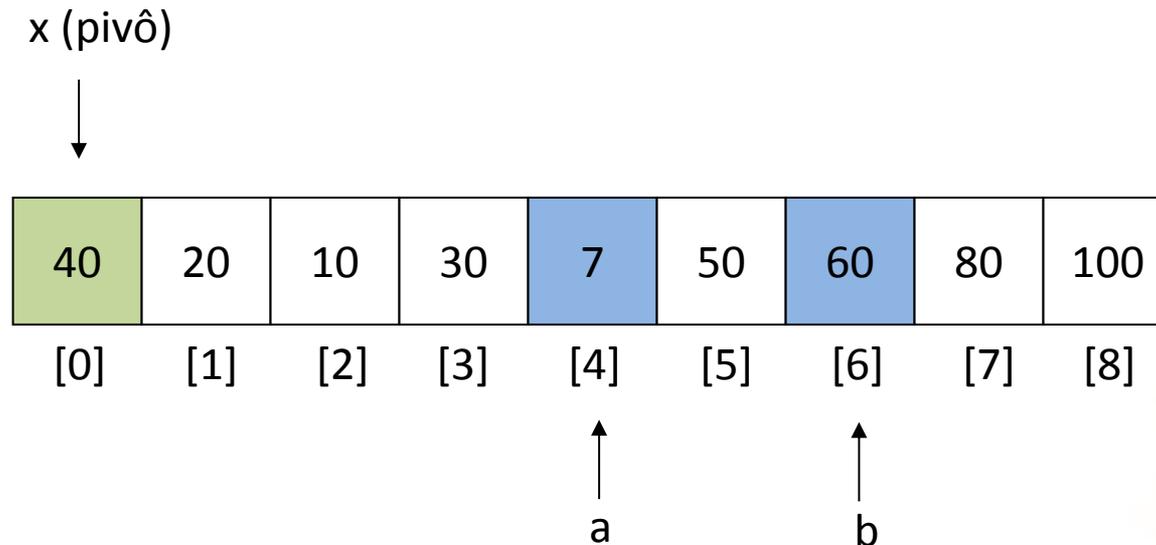

```
do{
  while (a < n && v[a] <= x)
    a++;
  while (v[b] > x)
    b--;
  if (a < b)
    troca(&v[a], &v[b]);
} while (a <= b);
```



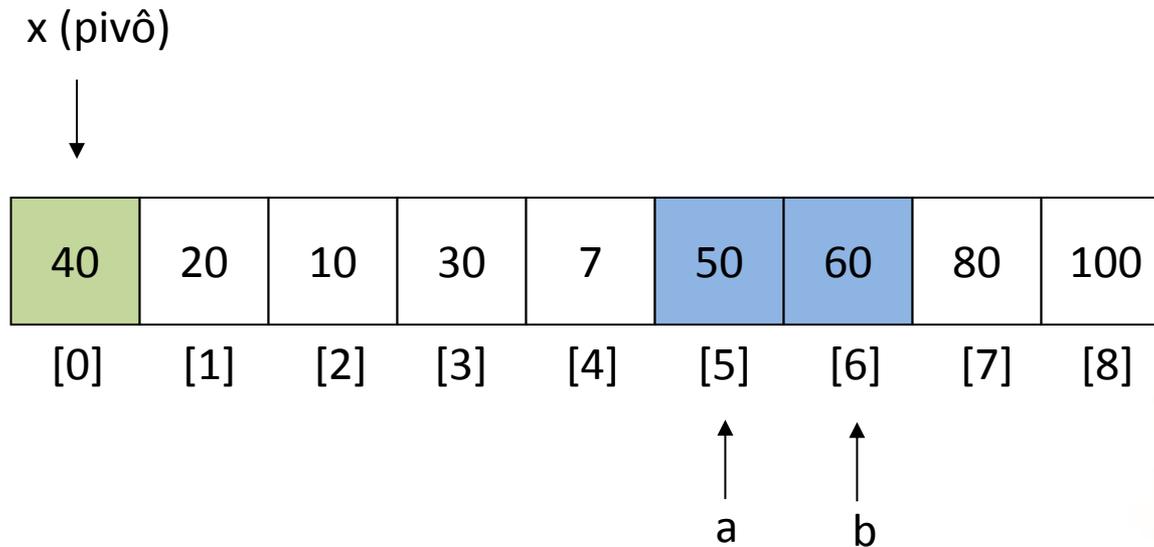
```
do{
  while (a < n && v[a] <= x)
    a++;
  while (v[b] > x)
    b--;
  if (a < b)
    troca(&v[a], &v[b]);
} while (a <= b);
```



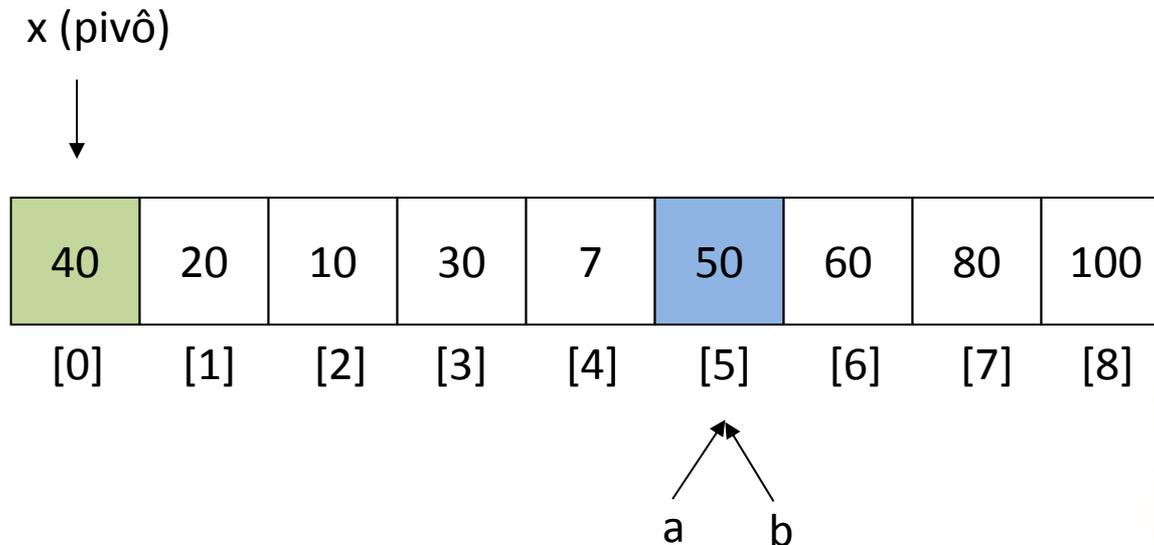
```
do{
  while (a < n && v[a] <= x)
    a++;
  while (v[b] > x)
    b--;
  if (a < b)
    troca(&v[a], &v[b]);
} while (a <= b);
```



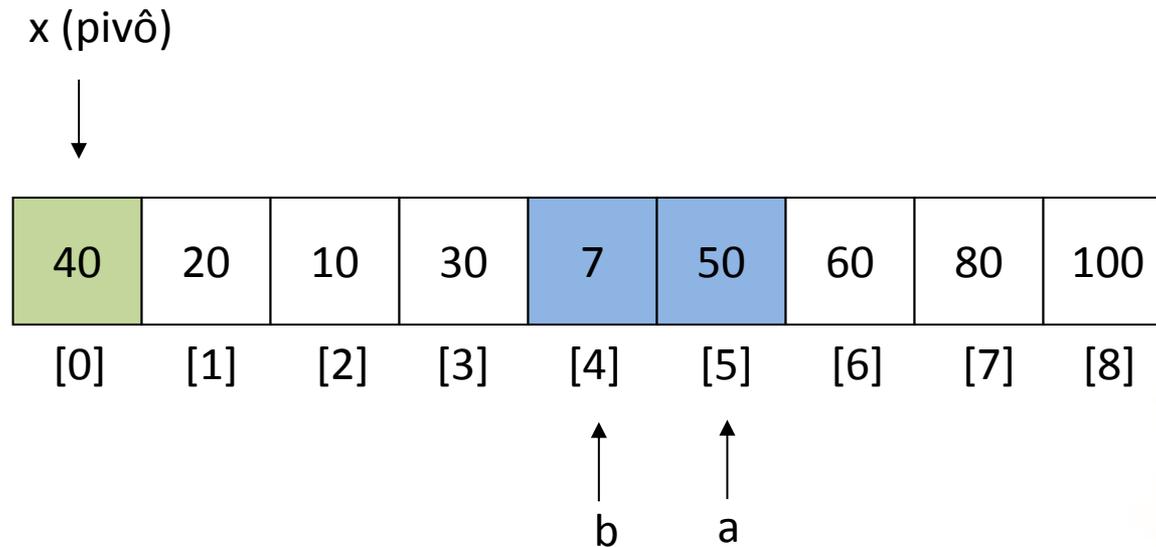
```
do{
  while (a < n && v[a] <= x)
    a++;
  while (v[b] > x)
    b--;
  if (a < b)
    troca(&v[a], &v[b]);
} while (a <= b);
```



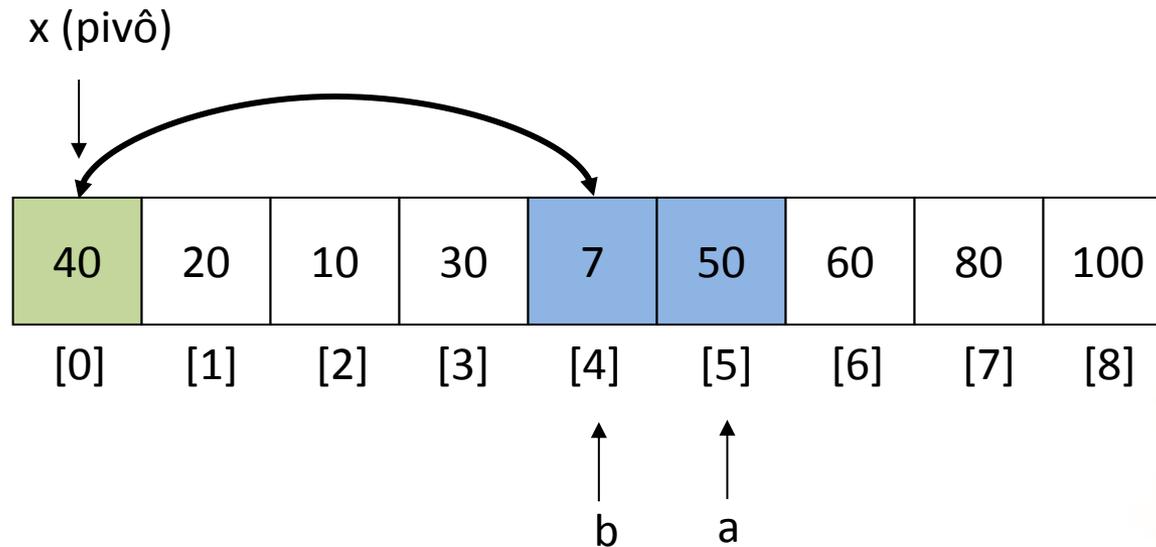
```
do{
  while (a < n && v[a] <= x)
    a++;
  while (v[b] > x)
    b--;
  if (a < b)
    troca(&v[a], &v[b]);
} while (a <= b);
```



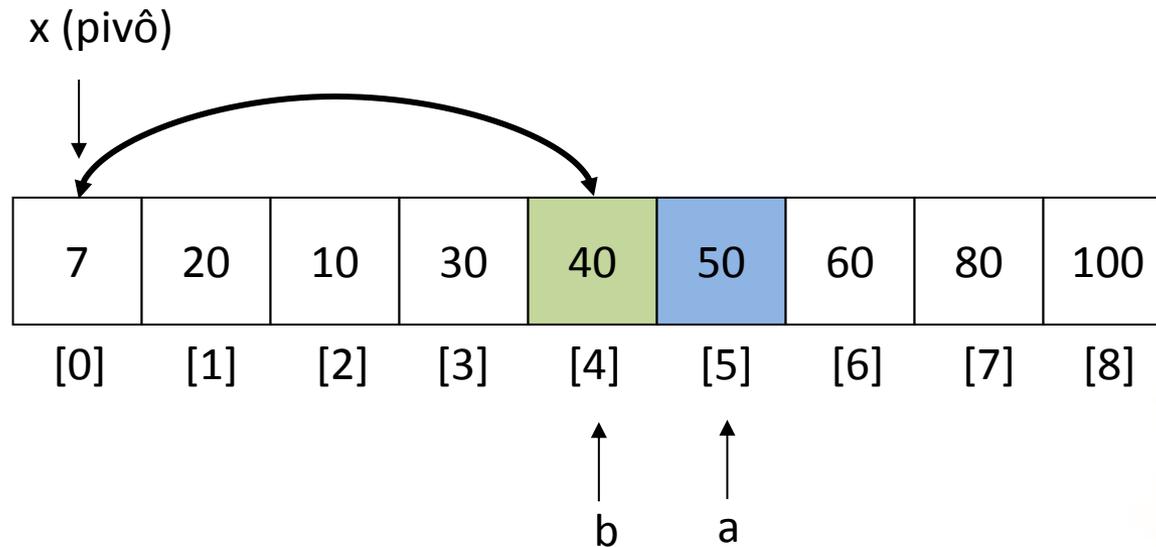
```
do{
  while (a < n && v[a] <= x)
    a++;
  while (v[b] > x)
    b--;
  if (a < b)
    troca(&v[a], &v[b]);
} while (a <= b);
```



```
do{
  while (a < n && v[a] <= x)
    a++;
  while (v[b] > x)
    b--;
  if (a < b)
    troca(&v[a], &v[b]);
} while (a <= b);
troca(&v[x], &v[b]);
```



```
do{
  while (a < n && v[a] <= x)
    a++;
  while (v[b] > x)
    b--;
  if (a < b)
    troca(&v[a], &v[b]);
} while (a <= b);
troca(&v[x], &v[b]);
```



Quick Sort

- Resultado da Partição:

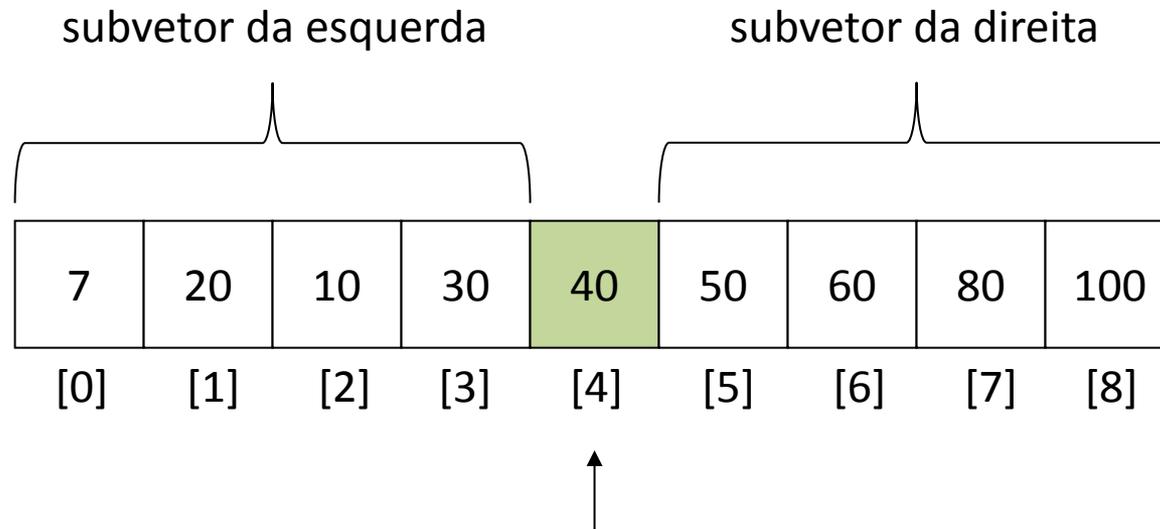
7	20	10	30	40	50	60	80	100
[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]



o pivô ocupa a sua posição
final na ordenação

Quick Sort

- Chamada recursiva aos subvetores:



o pivô ocupa a sua posição
final na ordenação

```
void quicksort(int n, int* v){
    int x, a, b, temp;
    if (n > 1) {
        x = v[0]; a = 1; b = n-1;
        do {
            while (a < n && v[a] <= x)
                a++;
            while (v[b] > x)
                b--;
            if (a < b) {
                temp = v[a];
                v[a] = v[b];
                v[b] = temp;
                a++; b--;
            }
        } while (a <= b);
        v[0] = v[b];
        v[b] = x;
        quicksort(b, v);
        quicksort(n-a, &v[a]);
    }
}
```

Caminha com o índice a

Caminha com o índice b

Faz a troca de a e b

Faz a troca do pivô e b

**Chamada recursiva
para o subvetor da
esquerda e da direita**

```
void quicksort(int n, int* v){
    int x, a, b, temp;
    if (n > 1) {
        x = v[0]; a = 1; b = n-1;
        do {
            while(a<n && compInt(v[a],x) == 0)
                a++;
            while(compInt(v[b],x) == 1)
                b--;
            if (a < b) {
                temp = v[a];
                v[a] = v[b];
                v[b] = temp;
                a++; b--;
            }
        } while (a <= b);
        v[0] = v[b];
        v[b] = x;
        quicksort(b,v);
        quicksort(n-a,&v[a]);
    }
}
```

```
int compInt(int a, int b)
{
    if (a > b)
        return 1;
    else
        return 0;
}
```

Quick Sort

(1) Vetor para ser ordenado:

3	1	4	1	5	9	2	6	5	3
[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]

Quick Sort

(2) Selezione o pivô:

3	1	4	1	5	9	2	6	5	3
[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]

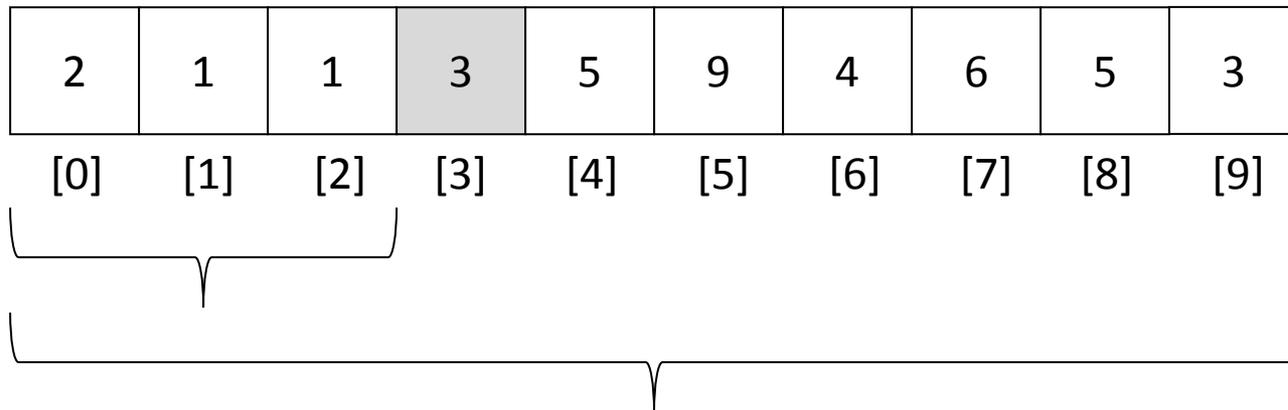
Quick Sort

(3) Particione o vetor. Todos os elementos maiores que o pivô ficaram na direita e todos os elementos menores na esquerda. O pivô já está ordenado:

2	1	1	3	5	9	4	6	5	3
[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]

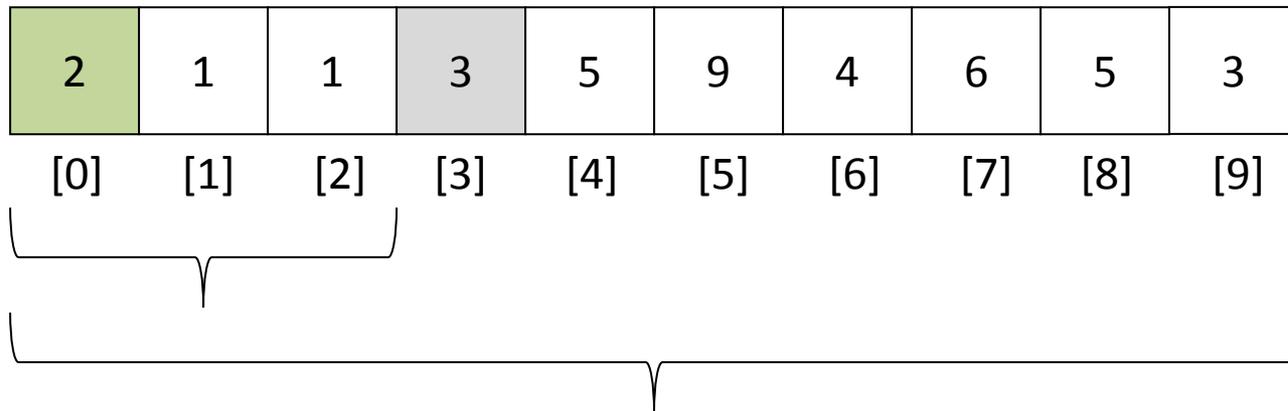
Quick Sort

(4) Chame recursivamente o quick sort para o subvetor da esquerda:



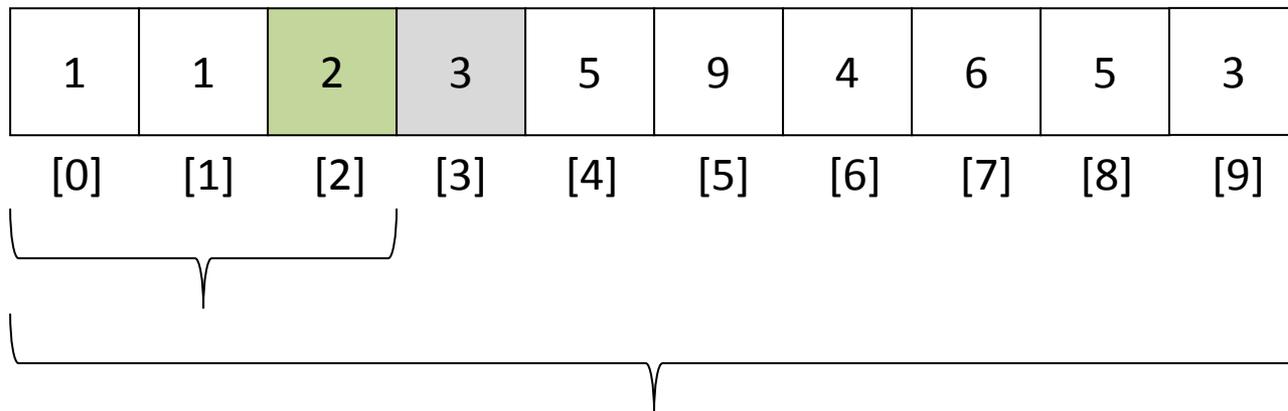
Quick Sort

(5) Selezione o pivô:



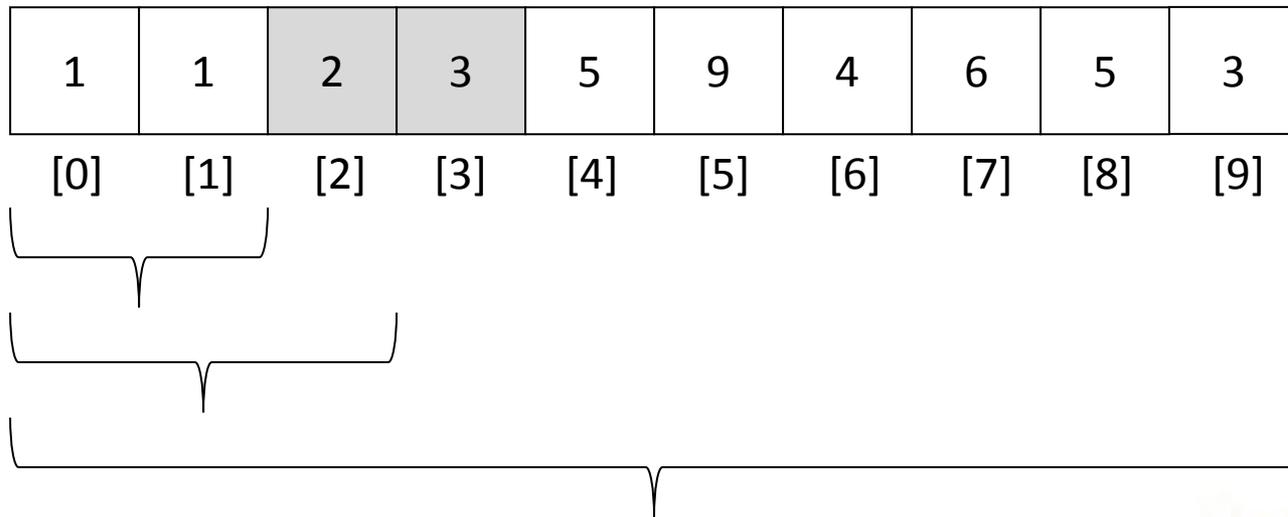
Quick Sort

(6) Particione o vetor. Todos os elementos maiores que o pivô ficaram na direita e todos os elementos menores na esquerda. O pivô já está ordenado:



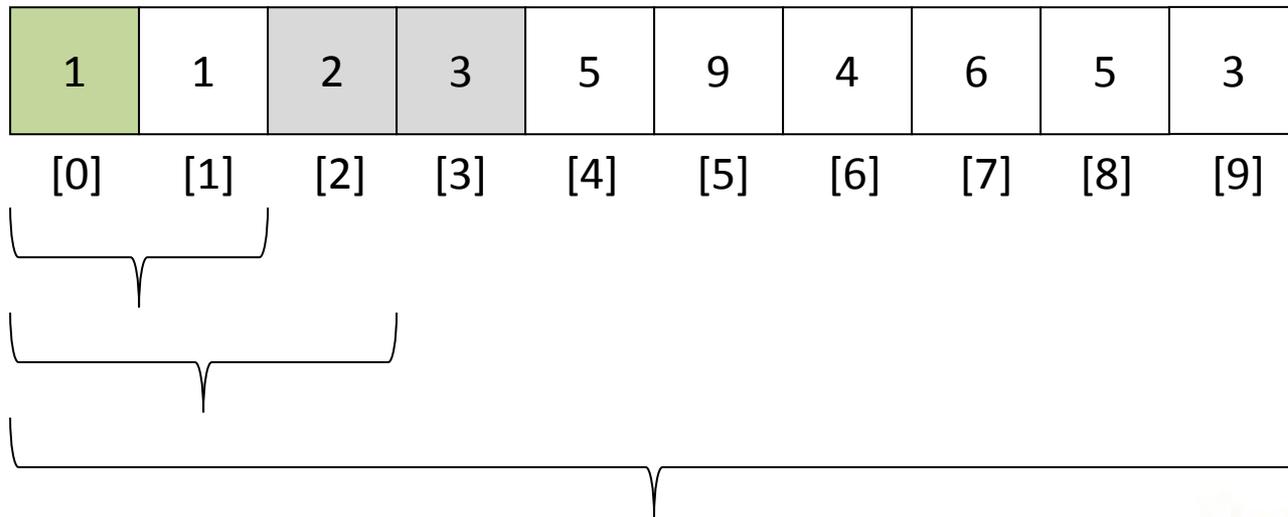
Quick Sort

(7) Chame recursivamente o quick sort para o subvetor da esquerda:



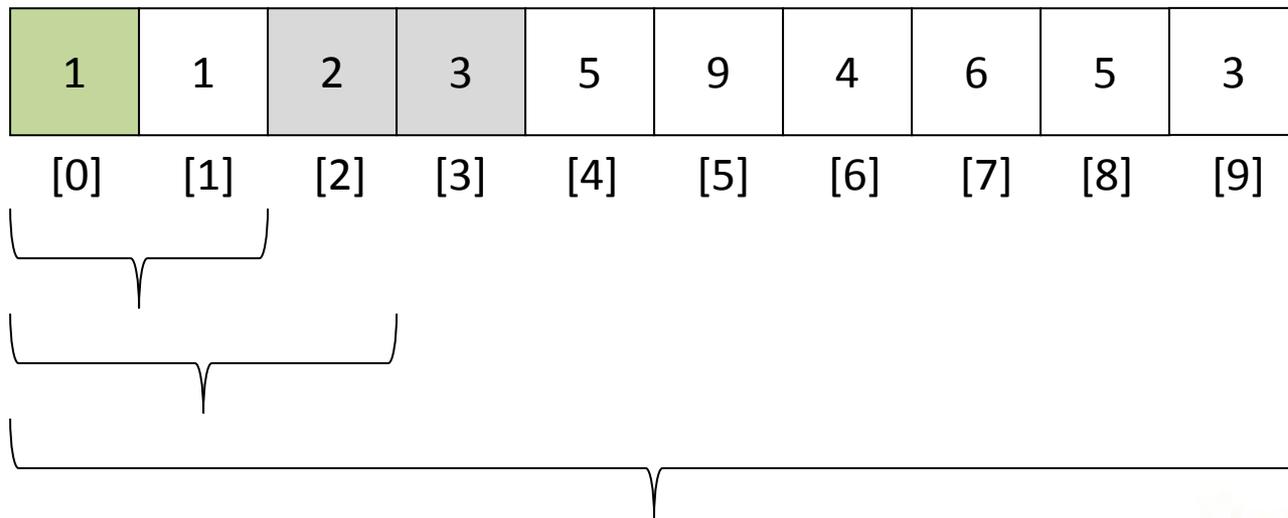
Quick Sort

(8) Selezione o pivô:



Quick Sort

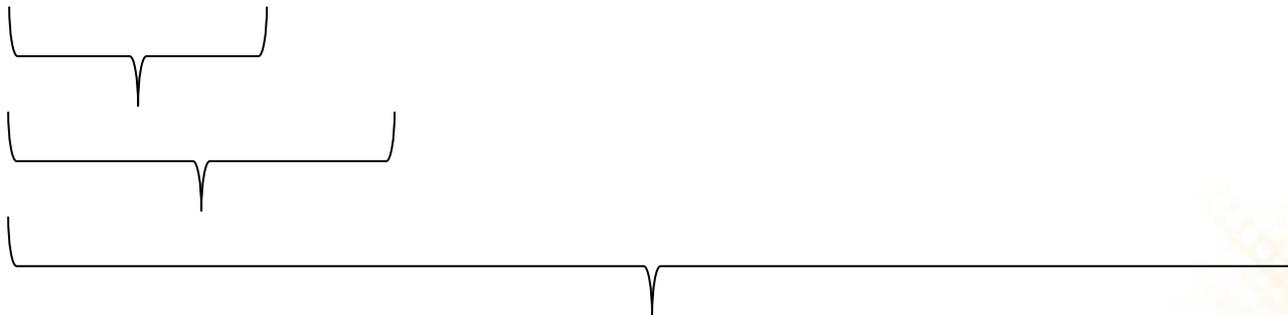
(9) Particione o vetor. Todos os elementos maiores que o pivô ficaram na direita e todos os elementos menores na esquerda. O pivô já está ordenado:



Quick Sort

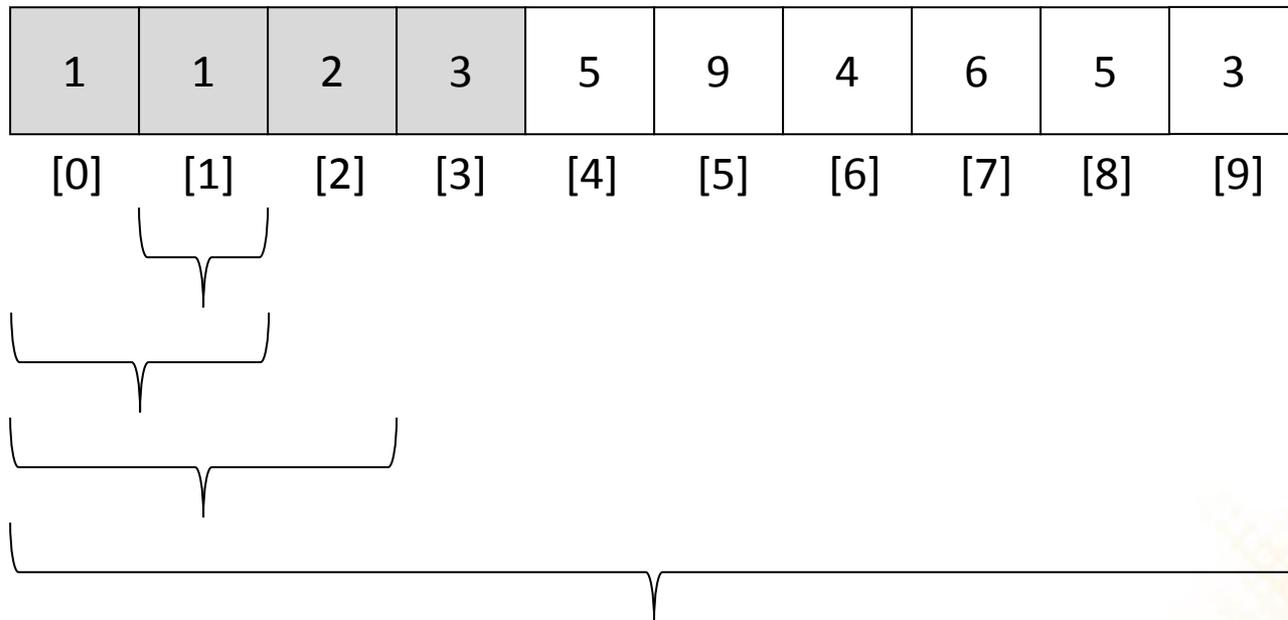
(10) Chame recursivamente o quick sort para o subvetor da esquerda. O tamanho do vetor da esquerda é zero. A recursão retorna.

1	1	2	3	5	9	4	6	5	3
[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]



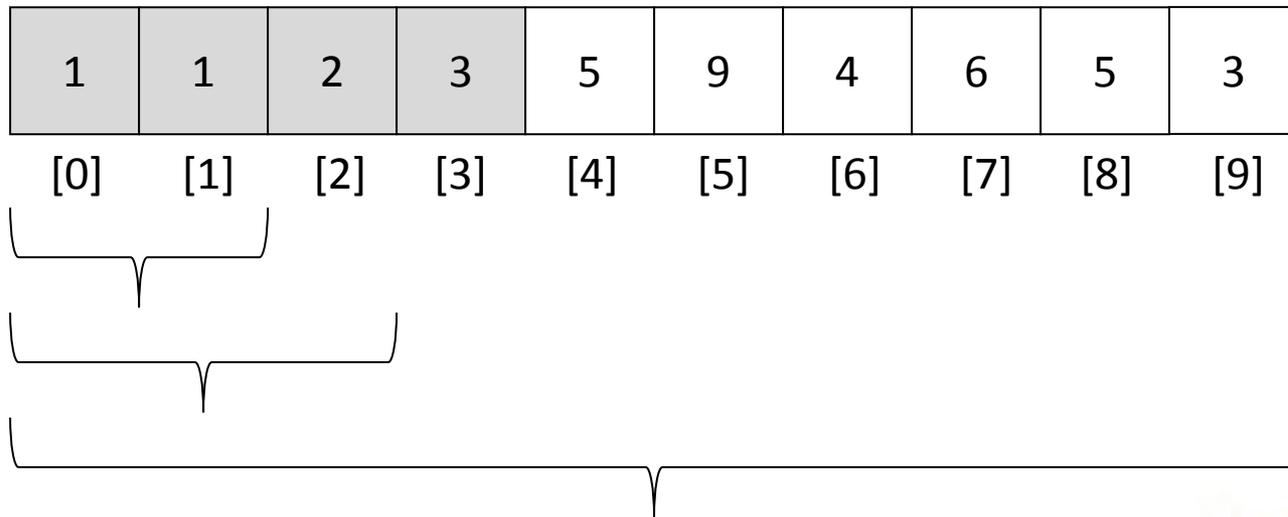
Quick Sort

(11) Chame recursivamente o quick sort para o subvetor da direita. Só existe um elemento, então ele já está ordenado e a recursão retorna.



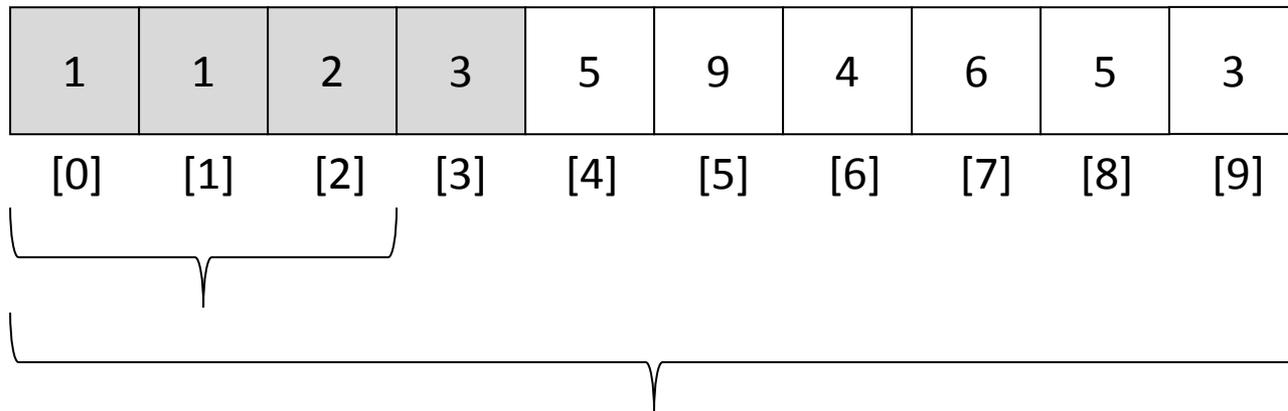
Quick Sort

(12) A recursão retorna. Não tem nada mais para ser feito nesse subvetor:



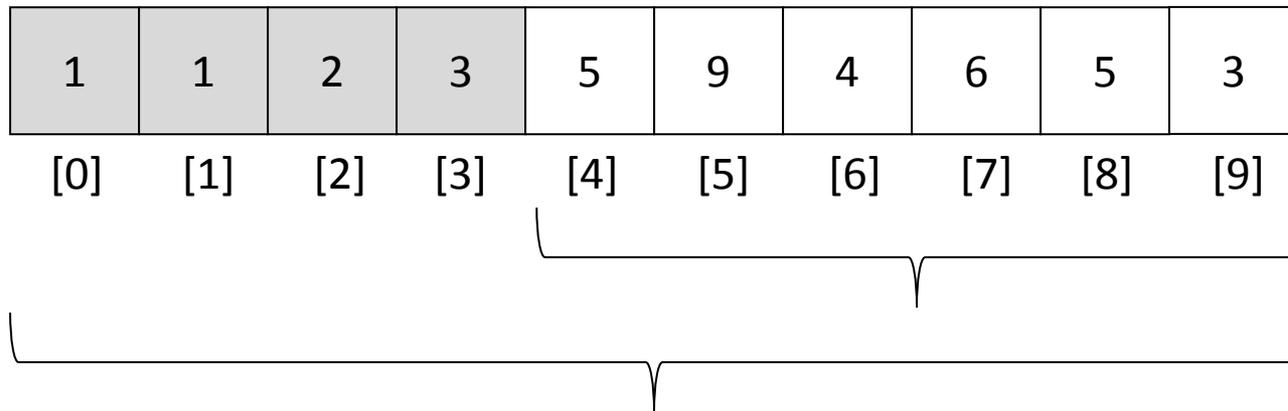
Quick Sort

(13) A recursão retorna. Não tem nada mais para ser feito nesse subvetor:



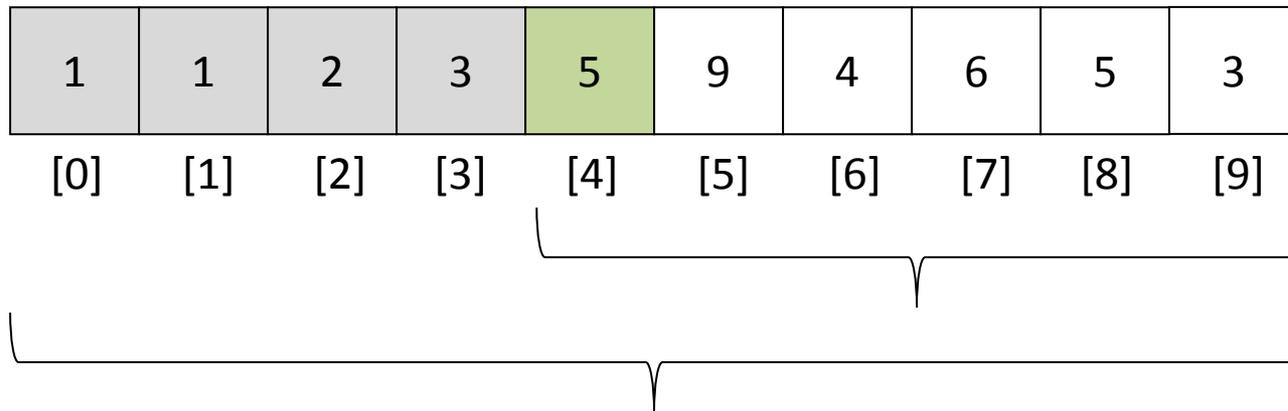
Quick Sort

(14) Chame recursivamente o quick sort para o subvetor da direita:



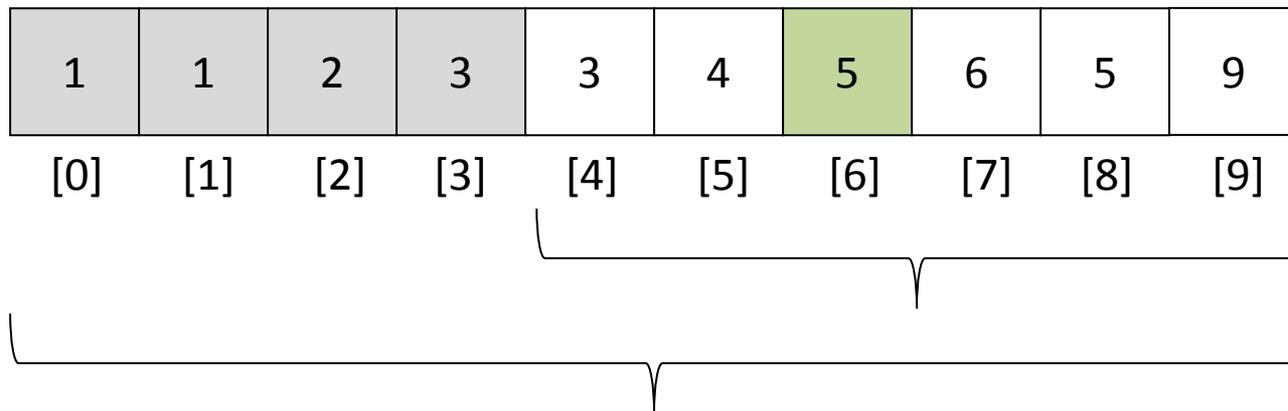
Quick Sort

(15) Selezione o pivô:



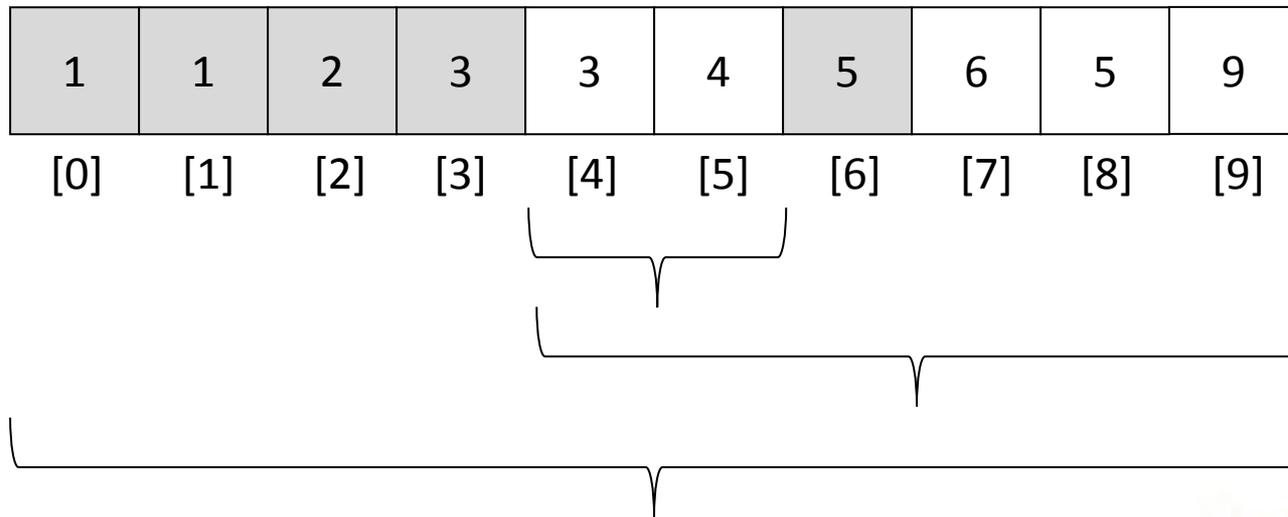
Quick Sort

(16) Particione o vetor. Todos os elementos maiores que o pivô ficaram na direita e todos os elementos menores na esquerda. O pivô já está ordenado:



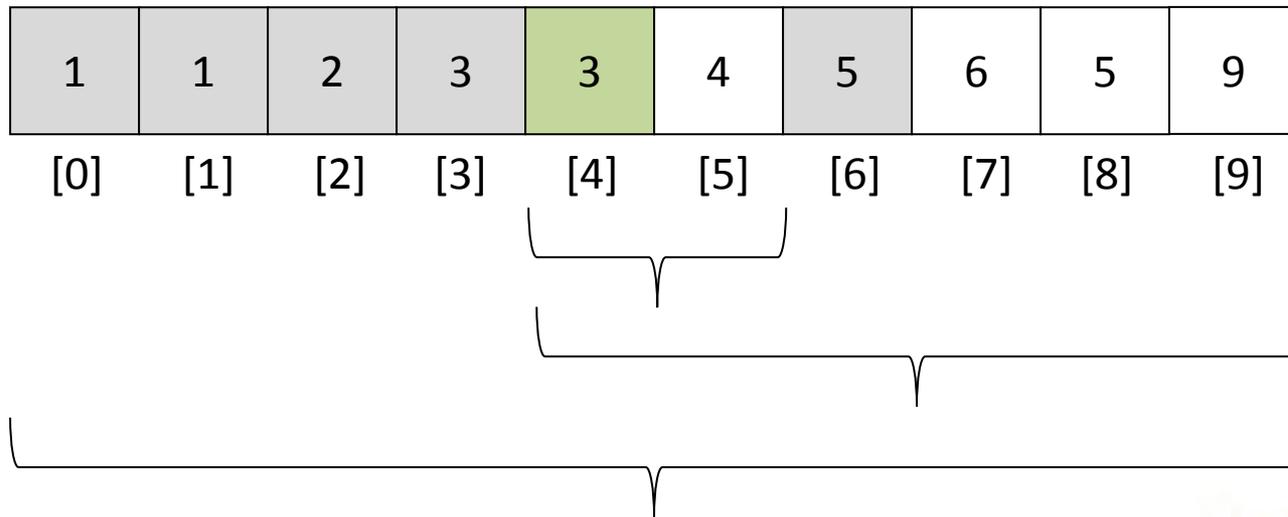
Quick Sort

(17) Chame recursivamente o quick sort para o subvetor da esquerda:



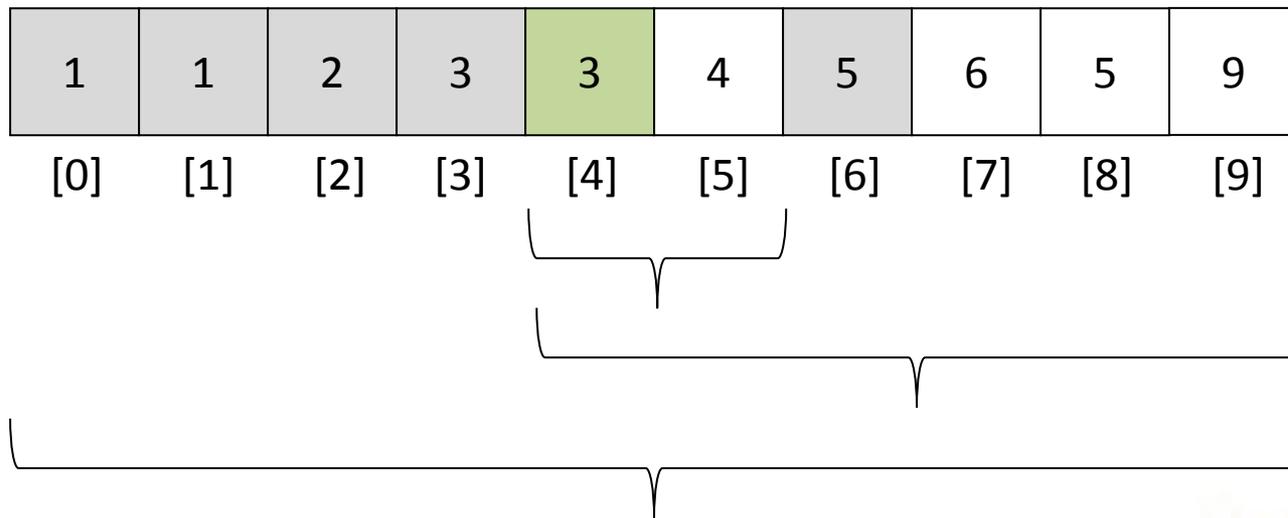
Quick Sort

(18) Selezione o pivô:



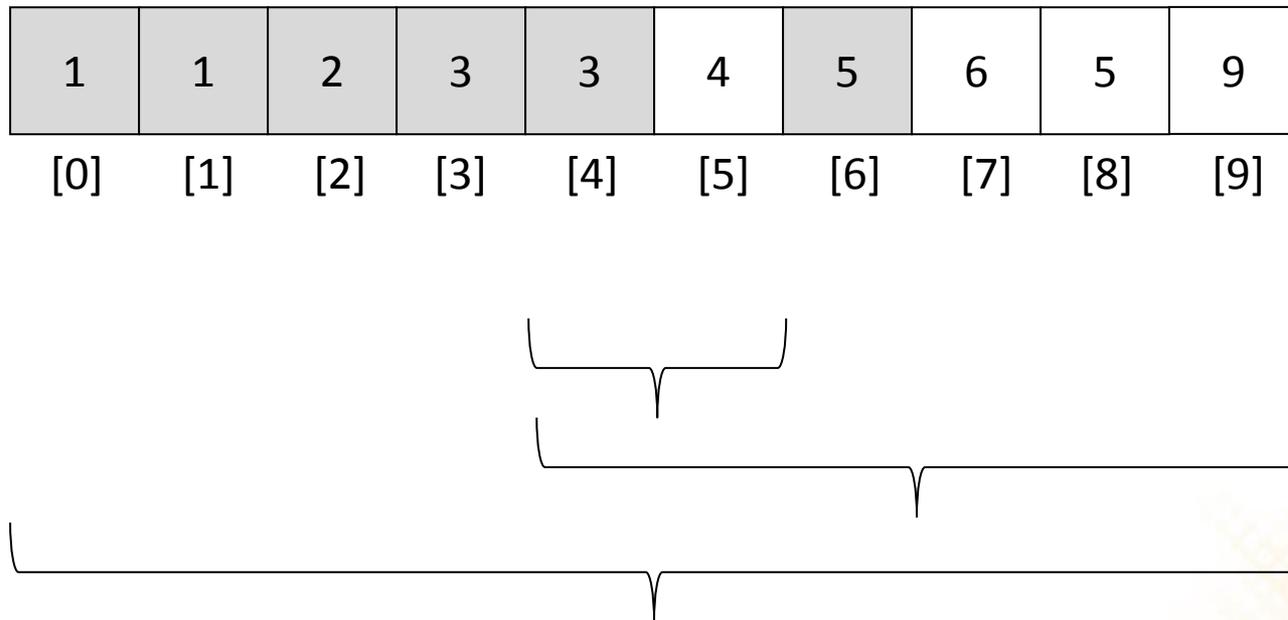
Quick Sort

(19) Particione o vetor. Todos os elementos maiores que o pivô ficaram na direita e todos os elementos menores na esquerda. O pivô já está ordenado:



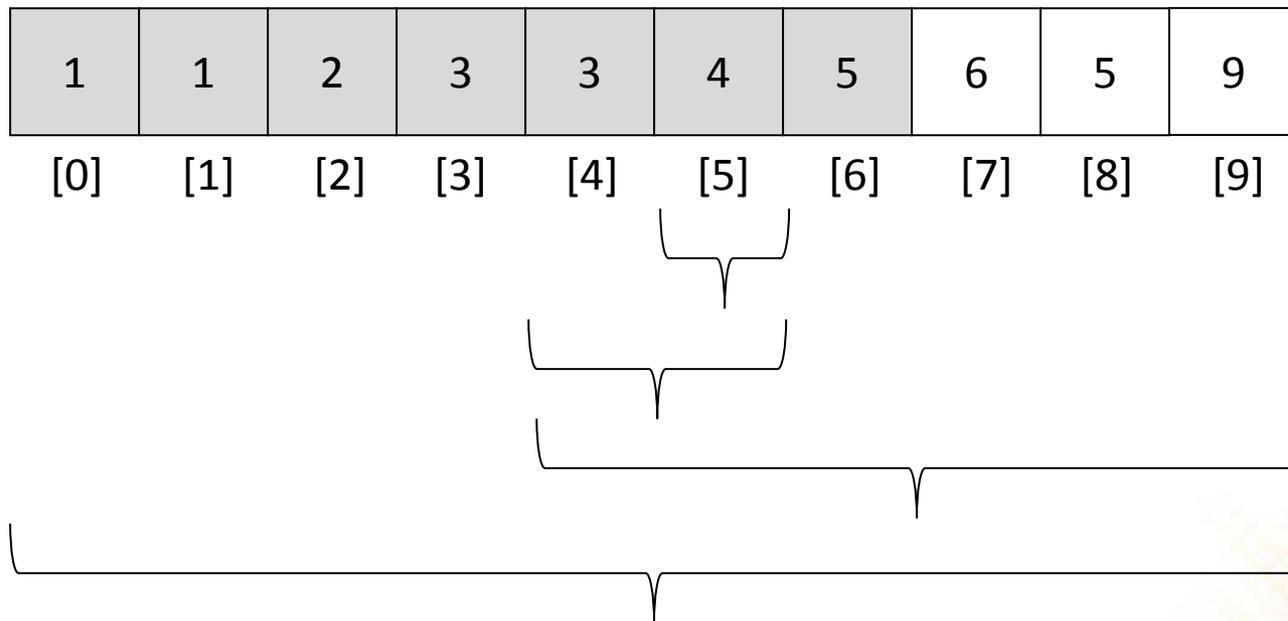
Quick Sort

(20) Chame recursivamente o quick sort para o subvetor da esquerda. O tamanho do vetor da esquerda é zero. A recursão retorna.



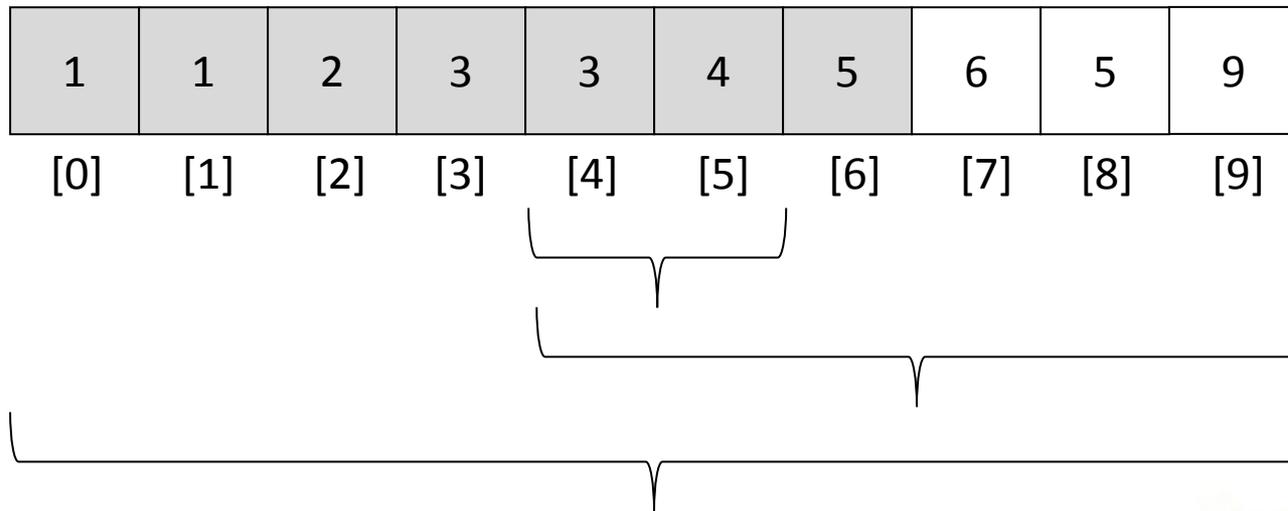
Quick Sort

(21) Chame recursivamente o quick sort para o subvetor da direita. Só existe um elemento, então ele já está ordenado e a recursão retorna.



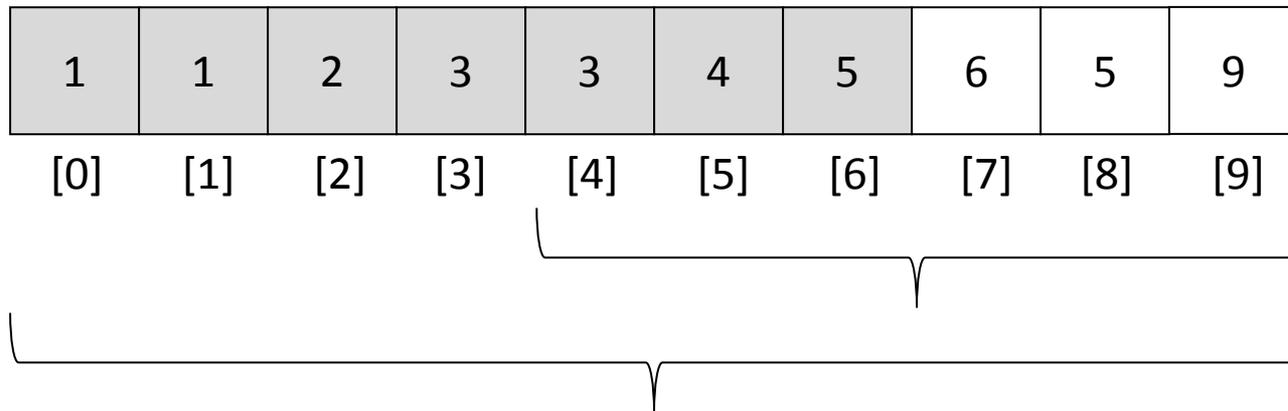
Quick Sort

(22) A recursão retorna. Não tem nada mais para ser feito nesse subvetor.



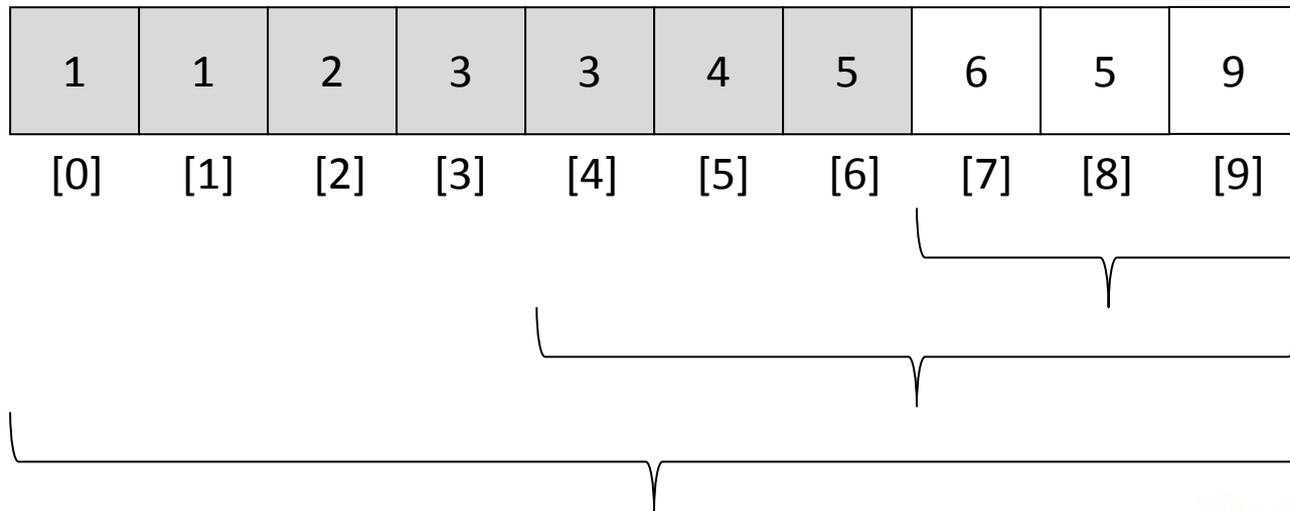
Quick Sort

(23) A recursão retorna. Não tem nada mais para ser feito nesse subvetor.



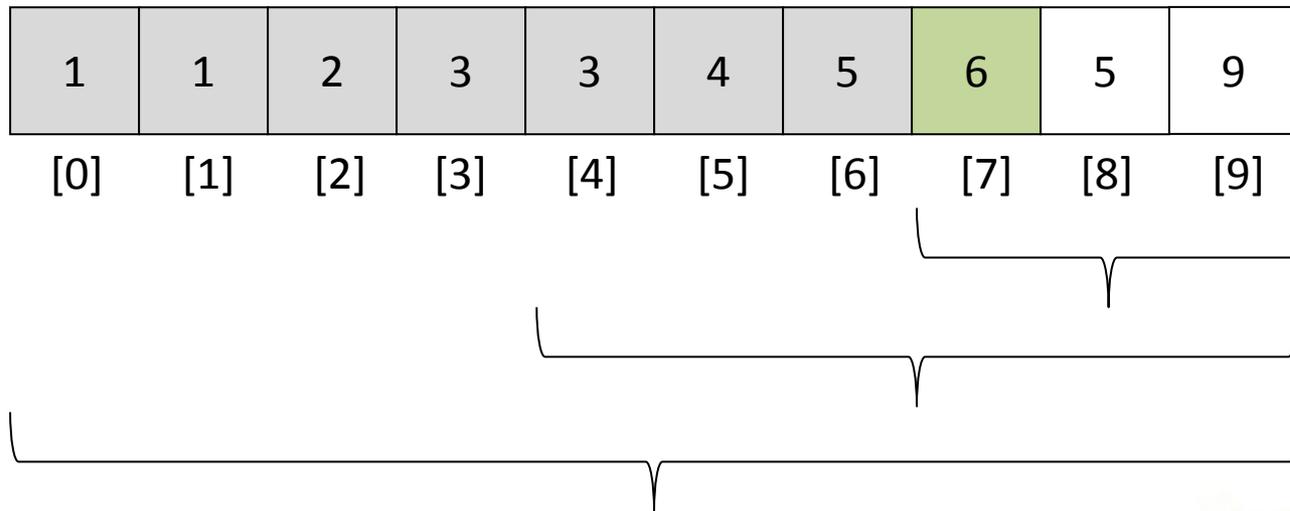
Quick Sort

(24) Chame recursivamente o quick sort para o subvetor da direita:



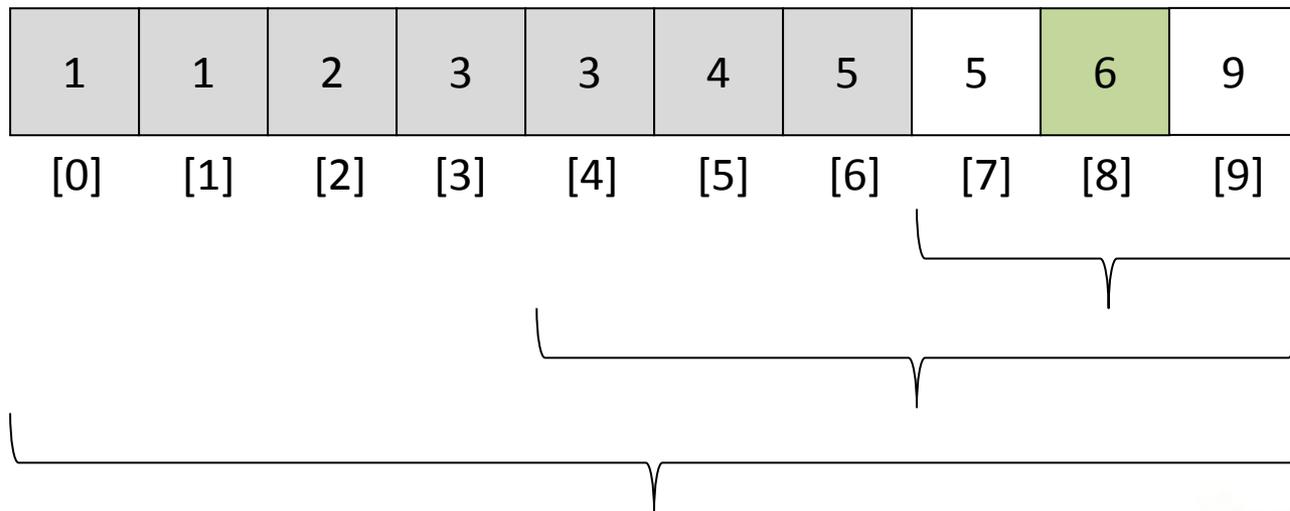
Quick Sort

(25) Selezione o pivô:



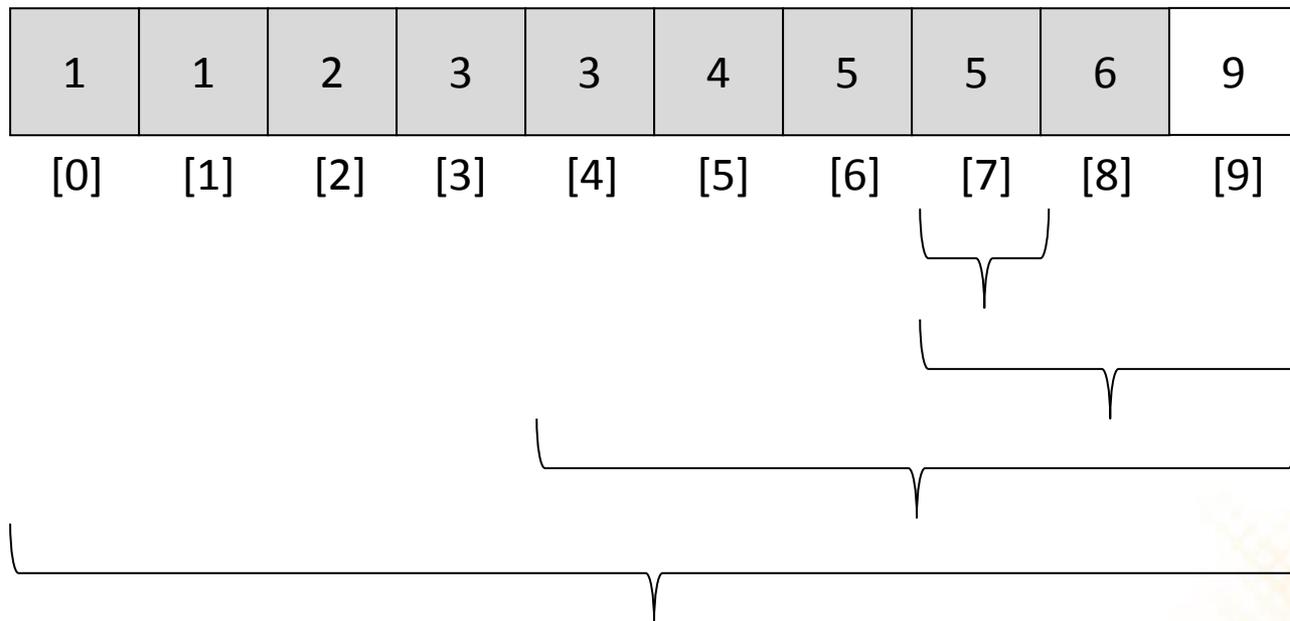
Quick Sort

(26) Particione o vetor. Todos os elementos maiores que o pivô ficaram na direita e todos os elementos menores na esquerda. O pivô já está ordenado:



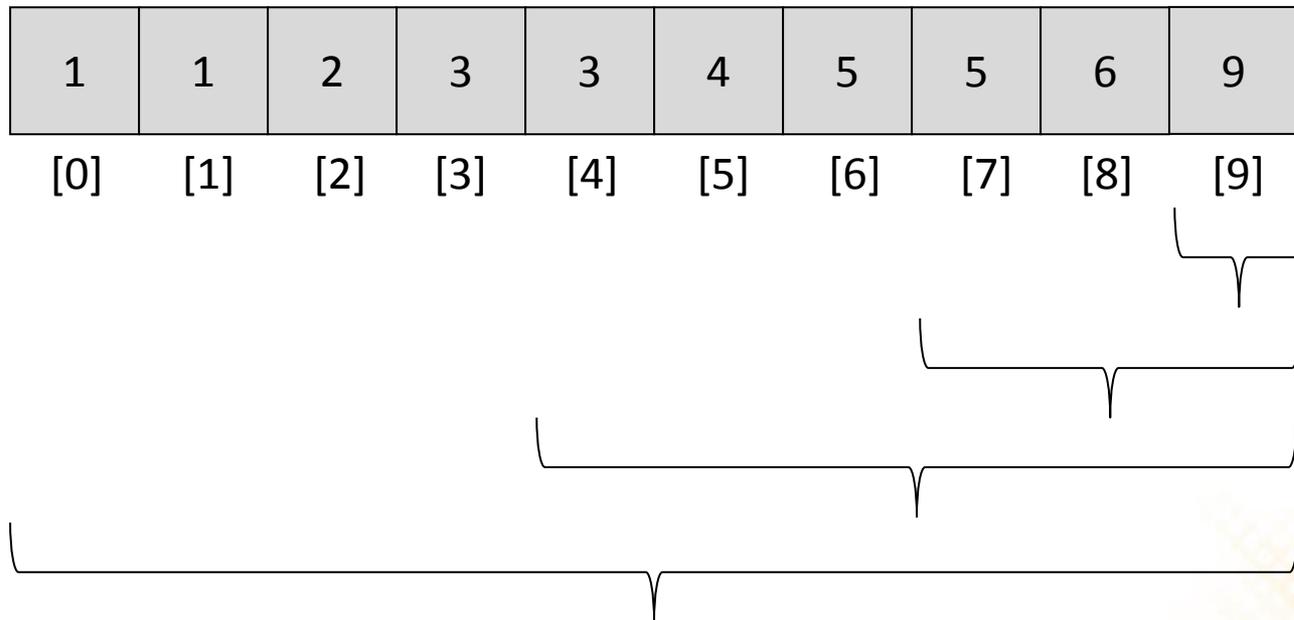
Quick Sort

(27) Chame recursivamente o quick sort para o subvetor da esquerda. Só existe um elemento, então ele já está ordenado e a recursão retorna:



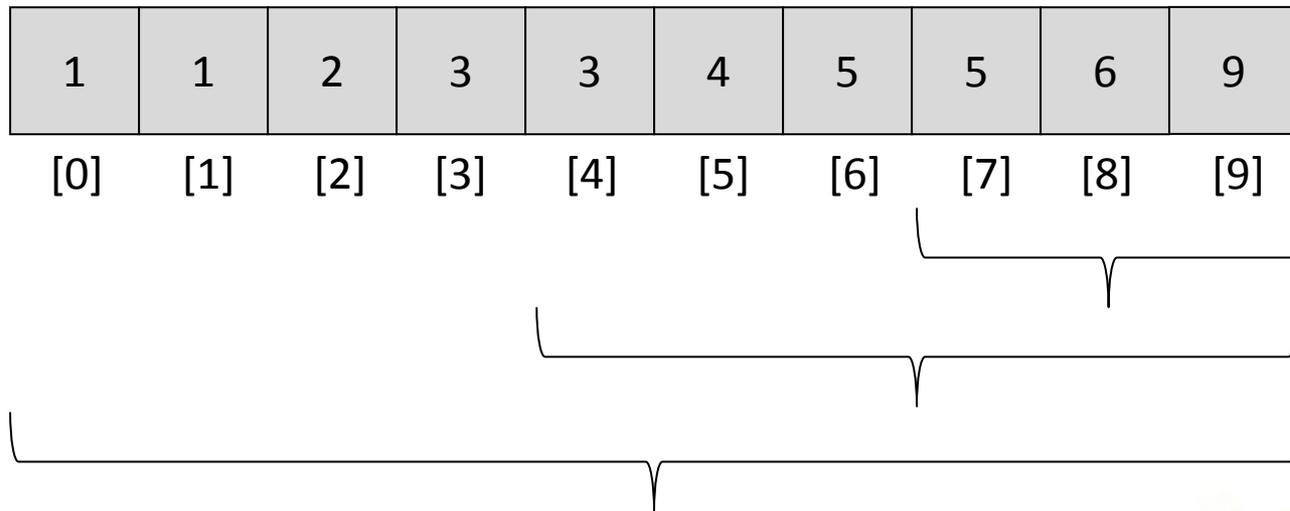
Quick Sort

(28) Chame recursivamente o quick sort para o subvetor da direita. Só existe um elemento, então ele já está ordenado e a recursão retorna:



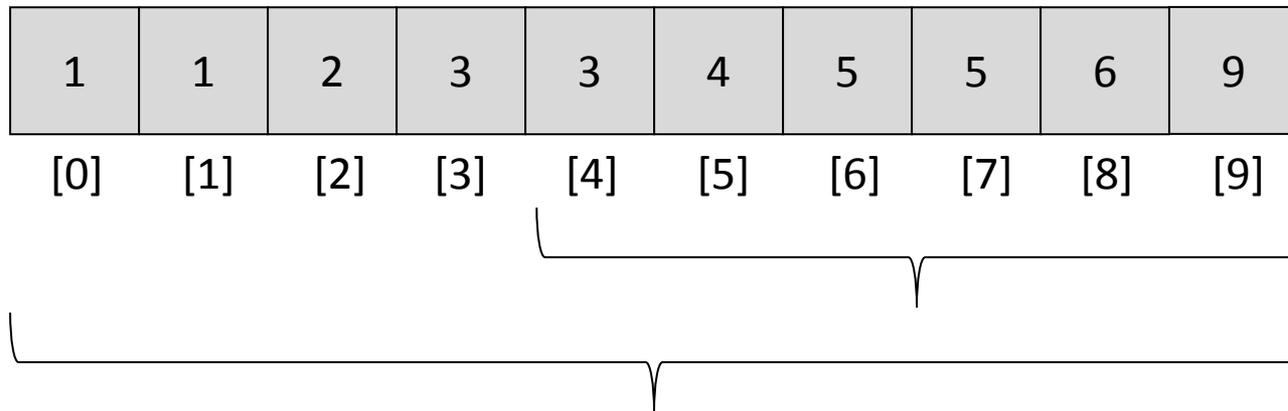
Quick Sort

(29) A recursão retorna. Não tem nada mais para ser feito nesse subvetor.



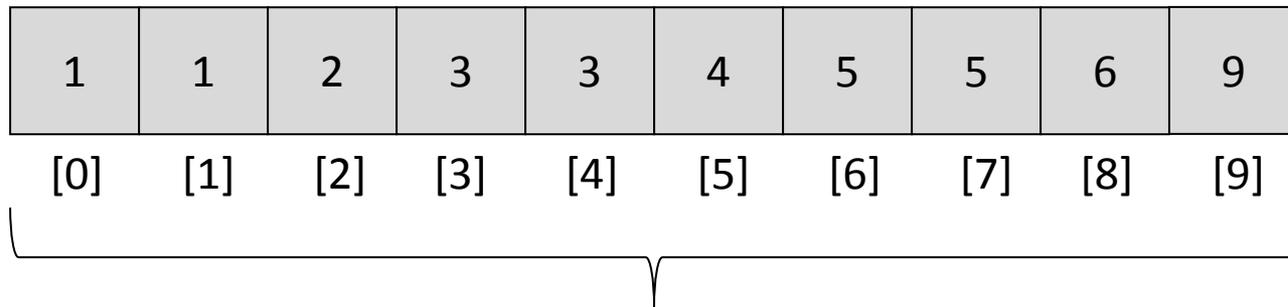
Quick Sort

(30) A recursão retorna. Não tem nada mais para ser feito nesse subvetor.



Quick Sort

(31) A recursão retorna para a primeira chamada do quick sort com o vetor completamente ordenado.



Quick Sort - Complexidade

- **Melhor caso:**
 - pivô representa o valor mediano do conjunto dos elementos do vetor;
 - após mover o pivô para sua posição, restarão dois sub-vetores para serem ordenados, ambos com o número de elementos reduzido à metade, em relação ao vetor original;
 - complexidade: $O(n \log(n))$
- **Pior caso:**
 - pivô é o maior elemento e algoritmo recai em ordenação bolha;
- **Caso médio:**
 - Complexidade: $O(n \log(n))$

Quick Sort da `stdlib.h`

```
void qsort(void * v, int n, int tam,  
           int (*cmp)(const void *, const void *));
```

- **Parâmetros:**

- **v:** vetor de ponteiros genéricos
- **n:** número de elementos do vetor
- **tam:** tamanho em bytes de cada elemento (use `sizeof` para especificar)
- **cmp:** ponteiro para a função que compara elementos genéricos. Ela deve retornar < 0 se $a < b$, > 0 se $a > b$ e 0 se $a == b$:

```
int nome(const void * a, const void * b);
```

Quick Sort da `stdlib.h`

```
void qsort(void * v, int n, int tam,  
           int (*cmp)(const void *, const void *));
```

- Exemplo de função de comparação:

const é para garantir que a função não modificará os valores dos elementos

```
static int compFloat(const void * a, const void * b)  
{  
    float * aa = (float *)a; /* converte os ponteiros genericos */  
    float * bb = (float *)b;  
    if (*aa > *bb)  
        return 1;  
    else if (*aa < *bb)  
        return -1;  
    else  
        return 0;  
}
```

Quick Sort da `stdlib.h`

```
void qsort(void * v, int n, int tam,  
           int (*cmp)(const void *, const void *));
```

- Exemplo de chamada:

```
int main (void)  
{  
    int i;  
    float v[8] = {25.6, 48.3, 37.7, 12.1, 57.4, 86.6, 33.3, 92.8};  
  
    qsort(v, 8, sizeof(float), compFloat);  
  
    for (i=0; i<8; i++)  
        printf("%f \n", v[i]);  
  
    return 0;  
}
```

qsort – Exemplo 2

```
struct aluno
{
    int matricula;
    char nome[41];
};
typedef struct aluno Aluno;

static int compPStructStr(const void * a, const void * b)
{
    Aluno **aa = (Aluno **)a;
    Aluno **bb = (Aluno **)b;
    return strcmp((*aa)->nome, (*bb)->nome);
}

int main (void)
{
    Aluno *alunos[6];
    Aluno **p;
    int i;
    alunos[0] = (Aluno*)malloc(sizeof(Aluno));
    alunos[0]->matricula = 82135123;
    strcpy(alunos[0]->nome, "Julia");
```

```
alunos[1] = (Aluno*)malloc(sizeof(Aluno));
alunos[1]->matricula = 51364125;
strcpy(alunos[1]->nome, "Joao");
```

```
alunos[2] = (Aluno*)malloc(sizeof(Aluno));
alunos[2]->matricula = 62151578;
strcpy(alunos[2]->nome, "Bruno");
```

```
alunos[3] = (Aluno*)malloc(sizeof(Aluno));
alunos[3]->matricula = 35641215;
strcpy(alunos[3]->nome, "Pedro");
```

```
alunos[4] = (Aluno*)malloc(sizeof(Aluno));
alunos[4]->matricula = 45612681;
strcpy(alunos[4]->nome, "Maria");
```

```
alunos[5] = (Aluno*)malloc(sizeof(Aluno));
alunos[5]->matricula = 2654951;
strcpy(alunos[5]->nome, "Ana");
```

```
qsort(alunos, 6, sizeof(Aluno*), compPStructStr);
```

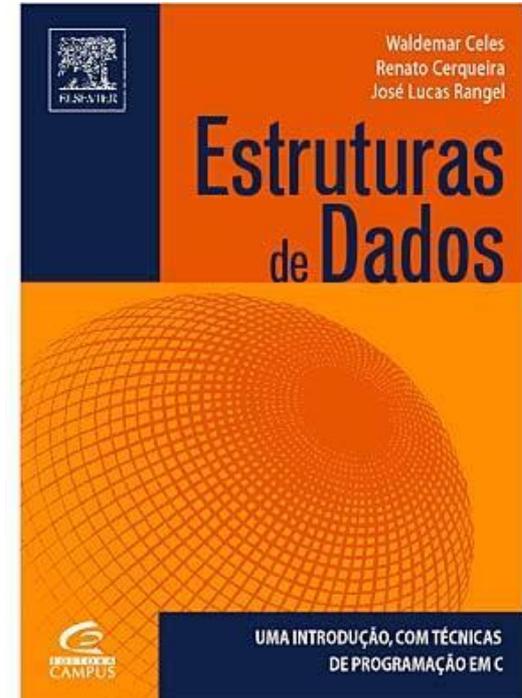
```
for (i = 0; i < 6; i++)
printf("%s - %d \n", alunos[i]->nome, alunos[i]->matricula);
```

```
return 0;
```

```
}
```

Leitura Complementar

- Waldemar Celes, Renato Cerqueira, José Lucas Rangel, **Introdução a Estruturas de Dados**, Editora Campus (2004).
- **Capítulo 16 – Ordenação**



Exercícios

Lista de Exercícios 08 – Ordenação

<http://www.inf.puc-rio.br/~elima/prog2/>

