

Projeto e Análise de Algoritmos

Aula 02 – Técnicas de Projeto de Algoritmos (Força Bruta)

Edirlei Soares de Lima
<edirlei@iprj.uerj.br>

Tipos Importantes de Problemas

- **Problemas de Ordenação:** Reorganizar os itens de uma dada lista em ordem crescente.
- **Problemas de Busca:** Encontrar um dado valor chamado de chave de busca em um dado conjunto.
- **Processamento de Strings:** Buscar uma dada palavra em um texto, avaliar a similaridade entre cadeias de caracteres, etc.
- **Problemas de Grafos:** Travessia de grafos (como visitar todos os pontos de uma rede), caminho mais curto (qual a melhor rota entre duas cidades), ordenação topológica.

Tipos Importantes de Problemas

- **Problemas Combinatoriais:** Problemas onde é necessário encontrar um objeto combinatorial (permutações, combinações ou subconjuntos) que satisfaça certas restrições e tenha certas propriedades (maximizar um valor, minimizar um custo).
- **Problemas Geométricos:** Envolvem objetos geométricos com pontos, linhas e polígonos.
- **Problemas Numéricos:** Envolvem objetos matemáticos de natureza contínua: resolução de equações e sistemas de equações, integrais definidas, etc.

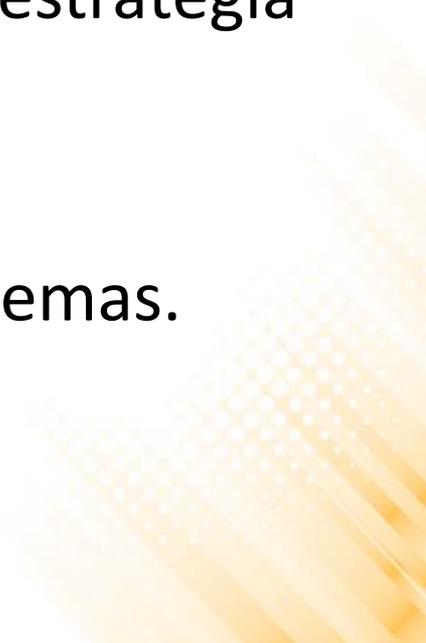
Estratégias de Projeto de Algoritmos

- **Força Bruta (Brute Force)**
 - **Dividir e Conquistar (Divide and Conquer)**
 - Diminuir e Conquistar (Decrease and Conquer)
 - Transformar e Conquistar (Transform and Conquer)
 - Compromisso Tempo–Espaço (Space and Time Tradeoffs)
 - **Estratégia Gulosa (Greedy)**
 - **Programação Dinâmica (Dynamic Programming)**
 - Voltando Atrás (Backtracking)
 - Ramificar e Limitar (Branch and Bound)
 - Algoritmos Aproximados
- 

Força Bruta

- A técnica de **força bruta** (também conhecida como a busca exaustiva) é um método para resolver um problema através de uma **travessia completa** (ou parcial) no **espaço de busca** do problema para se obter uma solução.
- Durante a busca, é possível **podar** (optar por não explorar) partes do espaço de busca, se for possível determinar que estas partes não têm qualquer possibilidade de conter a solução necessária.

Força Bruta

- Geralmente, a força bruta é uma das estratégias mais fáceis de aplicar.
 - Apesar de ser raramente uma fonte de algoritmos eficientes ou brilhantes, é uma importante estratégia de projeto de algoritmos.
 - É aplicável a uma ampla variedade de problemas.
- 

Exemplo 1: Busca Sequencial

- Comparar elementos sucessivos de uma dada lista com um dada chave de busca até:
 - Encontrar um elemento similar (busca bem sucedida) ou;
 - A lista ser exaurida sem encontrar um elemento similar (busca mal sucedida).

```
int busca(int n, int *vet, int elem)
{
    int i;
    for (i=0; i<n; i++){
        if (elem == vet[i])
            return i;
    }
    return -1;
}
```

Algoritmo Geral de Força Bruta

1. Listar todas as soluções potenciais para o problema de uma maneira sistemática.
 - Todas as soluções estão eventualmente listadas;
 - Nenhuma solução é repetida;
 2. Avaliar as soluções, uma a uma, talvez, desqualificando as não práticas e mantendo a melhor encontrada até o momento.
 3. Quando a busca terminar, retornar a solução encontrada.
- 

Exemplo 2: Caixeiro Viajante

- **Problema:** dadas n cidades com distâncias conhecidas entre cada par, encontrar o trajeto mais curto que passe por todas as cidades exatamente uma vez antes de retornar a cidade de origem (Traveling Salesman Problem (TSP)).

Trajeto:

$a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow a$

$a \rightarrow b \rightarrow d \rightarrow c \rightarrow a$

$a \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow d \rightarrow a$

$a \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow b \rightarrow a$

$a \rightarrow d \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow a$

$a \rightarrow d \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow a$

Custo:

$2+3+7+5 = 17$

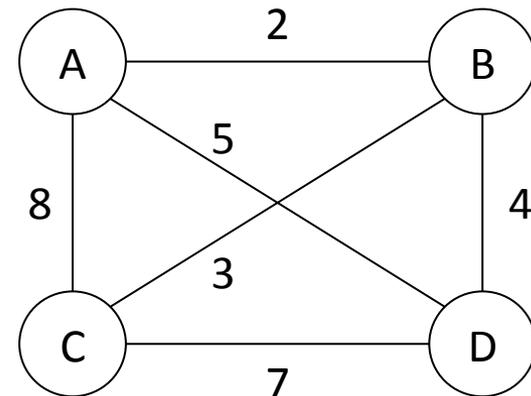
$2+4+7+8 = 21$

$8+3+4+5 = 20$

$8+7+4+2 = 21$

$5+4+3+8 = 20$

$5+7+3+2 = 17$



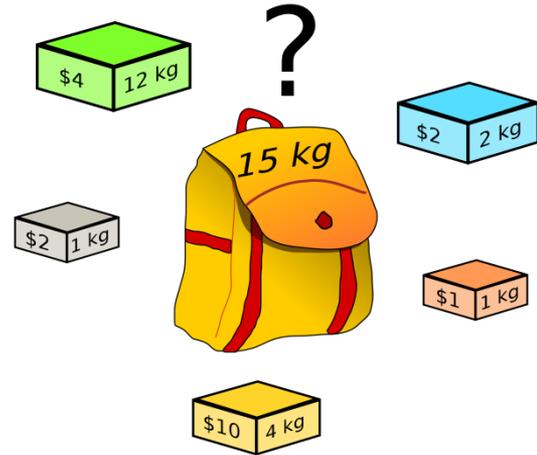
Hipóteses: $(n-1)!$

Complexidade: $O(n!)$

Exemplo 3: Problema da Mochila

- **Dados n itens:**

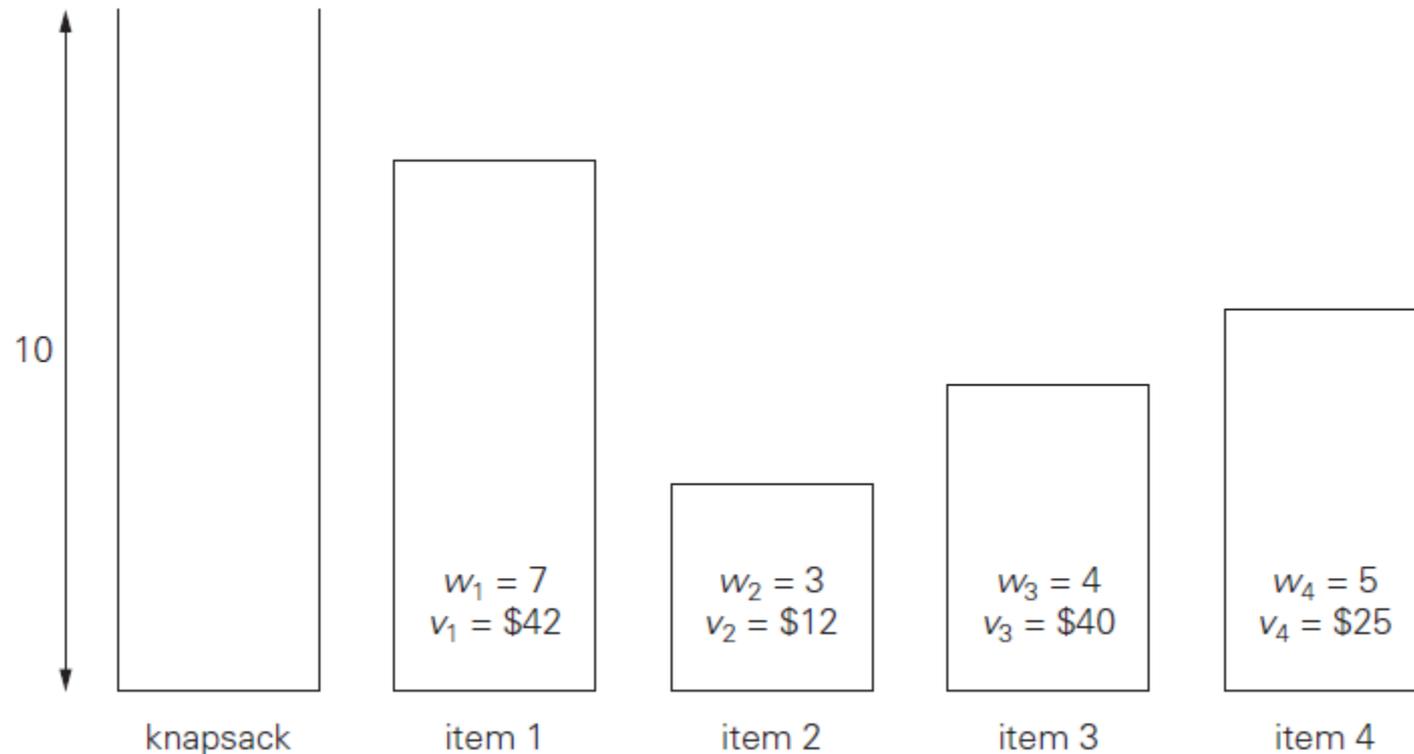
- Pesos: w_1, w_2, \dots, w_n
- Valores: v_1, v_2, \dots, v_n
- Uma mochila de capacidade W



- **Problema:** encontrar o subconjunto mais valioso de itens que caibam dentro da mochila (Knapsack Problem).

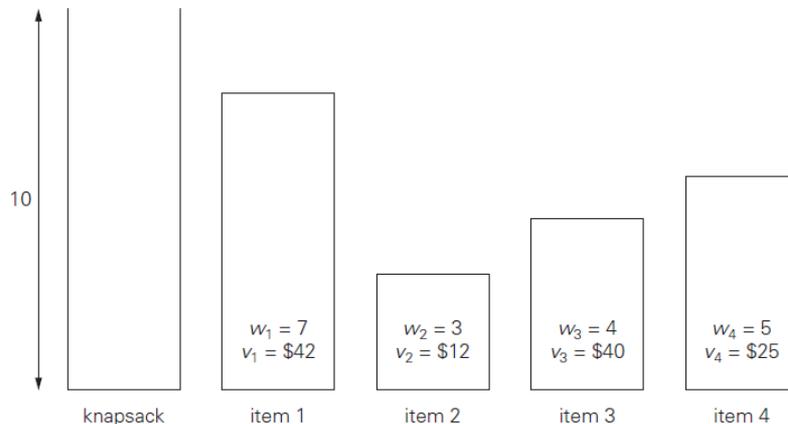
Exemplo 3: Problema da Mochila

- **Exemplo:**



Exemplo 3: Problema da Mochila

- Algoritmo de Força Bruta:
 1. Identificar todos os subconjuntos do conjunto de n itens dados;
 2. calcular o peso total de cada subconjunto para identificar subconjunto praticáveis;
 3. encontrar um subconjunto com o valor mais elevado entre eles.



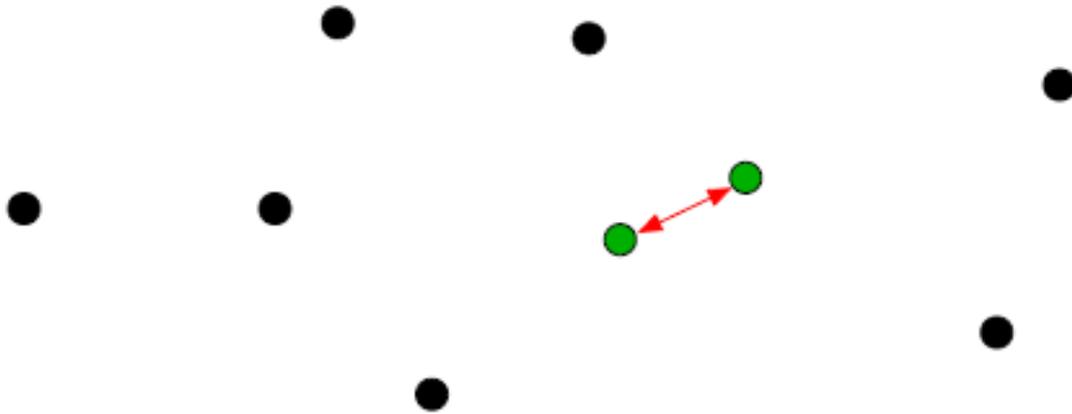
| Subset | Total weight | Total value |
|---------------|--------------|--------------|
| \emptyset | 0 | \$ 0 |
| {1} | 7 | \$42 |
| {2} | 3 | \$12 |
| {3} | 4 | \$40 |
| {4} | 5 | \$25 |
| {1, 2} | 10 | \$54 |
| {1, 3} | 11 | not feasible |
| {1, 4} | 12 | not feasible |
| {2, 3} | 7 | \$52 |
| {2, 4} | 8 | \$37 |
| {3, 4} | 9 | \$65 |
| {1, 2, 3} | 14 | not feasible |
| {1, 2, 4} | 15 | not feasible |
| {1, 3, 4} | 16 | not feasible |
| {2, 3, 4} | 12 | not feasible |
| {1, 2, 3, 4} | 19 | not feasible |

Exemplo 3: Problema da Mochila

- Como o número de subconjuntos de um conjunto de n elementos é 2^n , a busca exaustiva leva a um algoritmo **$O(2^n)$** .
- Assim, tanto para o problema do caixeiro viajante quanto da mochila, a busca exaustiva leva a algoritmos que são **extremamente ineficientes**.
- Estes problemas são chamados de problemas **NP-hard**.

Exemplo 4: Par de Pontos mais Próximos

- **Problema:** Dados n pontos no plano, determinar dois deles que estão à distância mínima.



$$Distancia(X_1, Y_1, X_2, Y_2) = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}$$

Exemplo 4: Par de Pontos mais Próximos

- **Problema:** Dados n pontos no plano, determinar dois deles que estão à distância mínima.
 - **Entrada:** coleção de n pontos ($X[1 \dots n]$ e $Y[1 \dots n]$).
 - **Saída:** menor distância entre dois pontos da coleção.

```
1. PAR-MAIS-PROXIMO (X, Y, n)
2.   d ← +∞
3.   para i ← 1 até n faça
4.     para j ← 1 até n faça
5.       se Distancia(X[i], Y[i], X[j], Y [j]) < d então
6.         d ← Distancia(X[i], Y[i], X[j], Y [j])
7.   retorna d
```

$O(n^2)$

Força Bruta

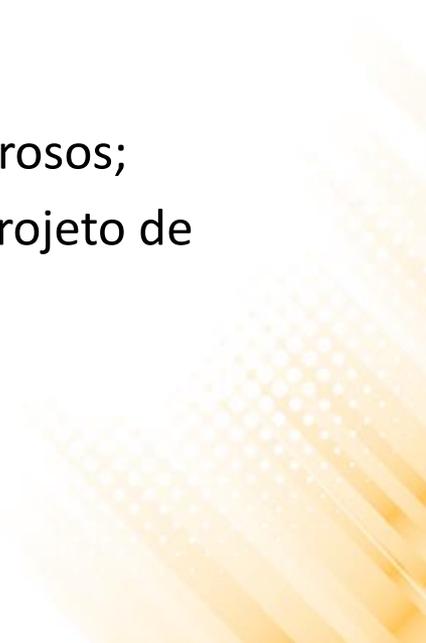
- Outros algoritmos baseados em força bruta que veremos ao longo do curso:
 - Multiplicação de Inteiros Grandes;
 - Busca de Padrões em String;
 - Maior Subsequência Comum;
 - Bubble Sort;
 - Selection Sort;
 - Busca em Profundidade;
 - Busca em Largura;

Comentários sobre a Força Bruta

- Força bruta é uma **estratégia direta** para resolver um problema, geralmente baseada diretamente no enunciado do problema e definições dos conceitos envolvidos.
- Algoritmos de busca exaustiva são executados em uma quantidade de tempo realística **somente para instâncias muito pequenas**.
 - Em muitos casos existem alternativas muito melhores!
- Em alguns casos, busca exaustiva (ou variação) é a **única solução conhecida**.

Comentários sobre a Força Bruta

- **Vantagens:**
 - Ampla aplicabilidade;
 - Simplicidade;
 - Fornece algoritmos razoáveis para alguns problemas.

 - **Desvantagens:**
 - Raramente fornece algoritmos eficientes;
 - Alguns algoritmos força bruta são inaceitavelmente vagarosos;
 - Não tão construtivo/criativo quanto outras técnicas de projeto de algoritmos.
- 

Exercícios

Lista de Exercícios 02 – Força Bruta/Busca Exaustiva

<http://www.inf.puc-rio.br/~elima/paa/>



Leitura Complementar

- Levitin. **Introduction to the Design and Analysis of Algorithms**, 3rd Edition, 2011.
- **Capítulo 3: Brute Force and Exhaustive Search**

