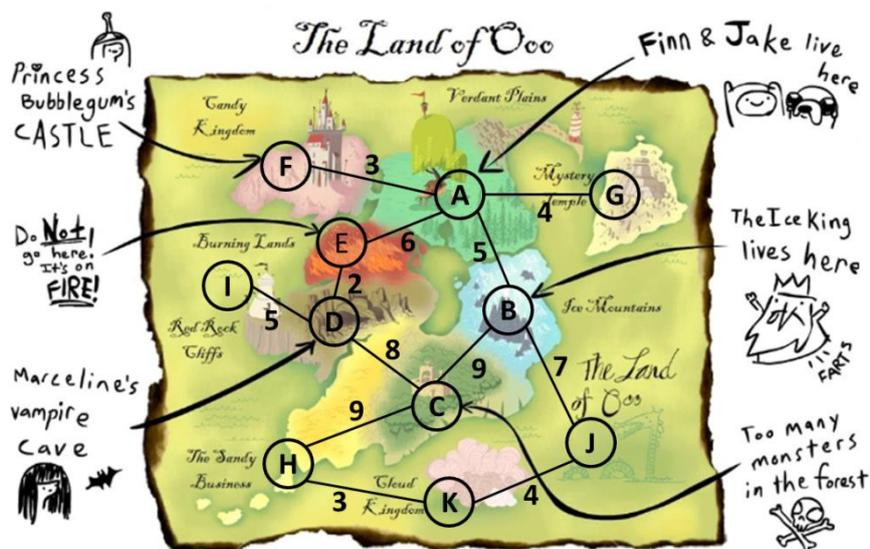


IPRJ – PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS

LISTA DE EXERCÍCIOS 16

- 1) Dentre os diversos algoritmos de ordenação, o Merge Sort básico, isto é, o algoritmo original sem nenhum aprimoramento extra, é a melhor opção de algoritmo segundo o critério de melhor caso (quando o vetor já está ordenado). Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.
- 2) Existem diversas variantes na escolha do pivô do Algoritmo de Partição utilizado no Quicksort. Uma dessas variantes, obriga que o tempo para o melhor caso do Quicksort seja $O(n \log n)$. Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.
- 3) Qual o número de trocas (mudança na posição dos valores) realizadas pelo algoritmo Quicksort no vetor $A = \{5, 9, 1, 3, 2, 8, 3, 2\}$? Considere o uso do algoritmo Quicksort básico sem nenhum aprimoramento.
- 4) Seja L um vetor com n elementos, onde cada elemento de L vale A, B ou C . Então, é possível ordenar L com complexidade de pior caso $O(n)$? Como?
- 5) O algoritmo Counting Sort utiliza um vetor auxiliar C para armazenar o número de ocorrências de valores no vetor de entrada. Considerando vetor de entrada $A = \{2, 1, 5, 2, 4, 4, 5, 4, 3, 4, 1, 3, 0, 1, 3, 0\}$, o conteúdo armazenado no vetor C após a execução do Counting Sort é $C = \{0, 2, 5, 7, 11, 14\}$. Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.
- 6) Uma grande festa vai acontecer no Reino das Nuvens! Finn e Jake estão no castelo da Princesa Jujuba planejando qual seria a melhor rota para chegar até a festa. A figura abaixo ilustra o mapa da Terra de Ooo:

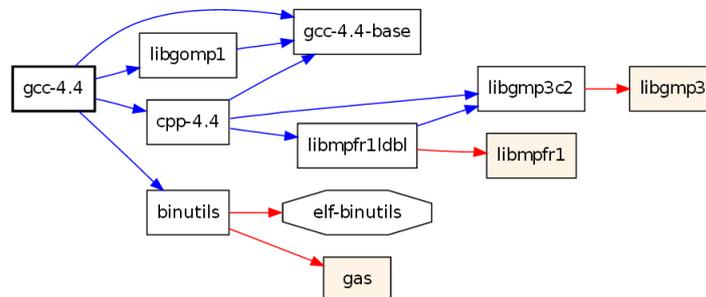


Responda as questões abaixo considerando "F" como o vértice inicial. Vértices sucessores devem ser dispostos em ordem alfabética.

- a) Realize uma busca em largura no grafo e apresente os valores de π e d gerados pelo algoritmo.
- b) Realize uma busca em profundidade no grafo e apresente os valores de π , d e f gerados pelo algoritmo.
- c) Construa as árvores de busca geradas pelos algoritmos de busca em largura e busca em profundidade.
- d) Considerando "K" como vértice objetivo, realize uma busca de caminho mínimo utilizando o algoritmo de Dijkstra e apresente os valores de π e g gerados pelo algoritmo. Em seguida apresenta o caminho mínimo encontrado.

7) Em uma busca em largura, o valor $d[u]$ atribuído a um vértice u é independente da ordem na qual são dados os vértices em cada lista de adjacências. Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.

8) Para instalar o *gcc-4.4* é necessário instalar um conjunto de dependências. A figura abaixo ilustra estas dependências:



- a) Utilizando o algoritmo de Kahn, apresente uma ordenação topológica definindo uma sequência válida para a instalação do *gcc-4.4* e suas dependências. Justifique sua resposta apresentando o conteúdo do vetor I e da pilha L em todas as iterações do algoritmo.
- b) Utilizando o algoritmo de ordenação topológica com busca em profundidade, apresente uma ordenação topológica definindo uma sequência válida para a instalação do *gcc-4.4* e suas dependências. Justifique sua resposta apresentando o conteúdo do vetor d e f e da lista L no final da execução do algoritmo.

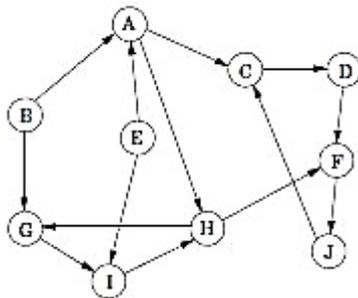
9) Se existe um caminho de u para v em um grafo orientado F , então qualquer busca em profundidade deve resultar em $d[v] \leq f[u]$. Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.

10) Após muitos anos pedalando, Geovane já não têm a mesma disposição para encarar as diversas subidas de Nova Friburgo. Como sabemos, Nova Friburgo é extremamente montanhosa. Por razões sentimentais, ele não quer mudar para uma cidade mais plana. Resolveu, então, que tentaria evitar grandes altitudes em seus caminhos. Para isso, Geovane obteve com o serviço topográfico da prefeitura um mapa de Nova Friburgo, em que cada rua do mapa possui a informação da maior altitude encontrada quando trafegada. Tudo que ele precisa fazer agora é implementar um programa para determinar rotas que minimizem a altura percorrida entre pares (origem, destino).

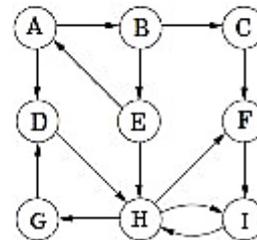
- a) Defina e ilustre uma estrutura de dados para armazenar e representar o mapa fornecido pela prefeitura.
- b) Apresente o pseudocódigo de um algoritmo que receba como parâmetro uma origem e um destino. O algoritmo deve retornar um caminho entre a origem e o destino que evite passar por grandes altitudes.

11) Considerando $G = \{V, A\}$ um grafo direcionado representado por uma matriz de adjacências. A complexidade do algoritmo de Kosaraju para encontrar os componentes fortemente conectados de G é $O(V^2)$. Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.

12) Considerando os seguintes grafos:



(a)



(b)

Responda as questões a seguir iniciando os algoritmos pelo vértice "A" e dispendo os vértices sucessores em ordem alfabética.

- a) Utilizando o algoritmo de Kosaraju, apresente os componentes fortemente conectados de cada um dos grafos na ordem em que eles são encontrados pelo algoritmo.
- b) Utilizando o algoritmo de Tarjan, apresente os componentes fortemente conectados de cada um dos grafos na ordem em que eles são encontrados pelo algoritmo.

- 13) Dado um grafo orientado representado por uma lista de adjacências, qual a complexidade do processo de calcular o grau de saída de um vértice? Justifique sua resposta descrevendo o processo.
- 14) A transposta de um grafo orientado $G = (V, A)$ é o grafo $G^T = (V, A^T)$, onde $A^T = \{(v, u) \in V \times V \mid (u, v) \in A\}$. Desse modo, G^T é G com todas as suas arestas invertidas.
- Considerando que G é representado por uma lista de adjacências, descreva um algoritmo para calcular G^T a partir de G . Em seguida, analise a complexidade do algoritmo proposto.
 - Considerando que G é representado por uma matriz de adjacências, descreva um algoritmo para calcular G^T a partir de G . Em seguida, analise a complexidade do algoritmo proposto.
- 15) Um grafo orientado $G=(V, A)$ é dito "semiconectado" se, para todos os pares de vértices $u, v \in V$, temos $u \rightsquigarrow v$ ou $v \rightsquigarrow u$. Forneça um algoritmo eficiente para determinar se G é ou não "semiconectado". Analise a complexidade do algoritmo proposto.