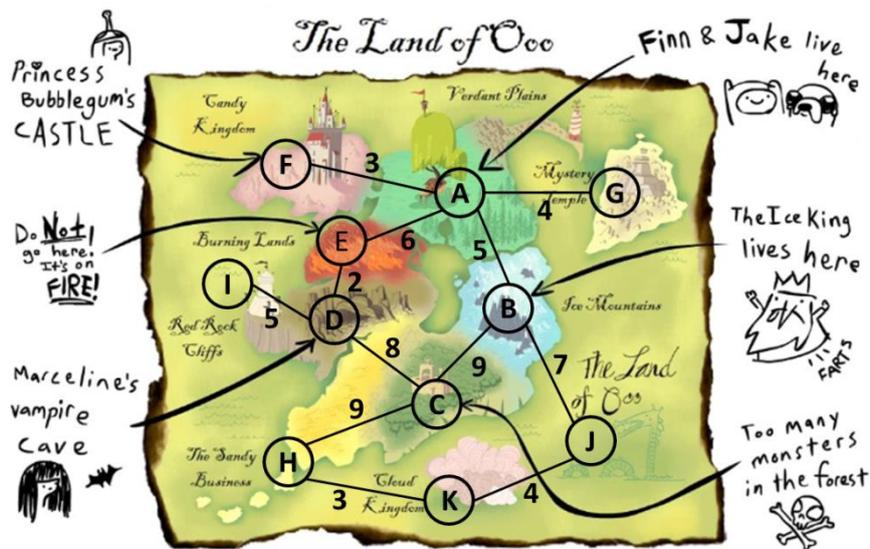


IPRJ – PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS

LISTA DE EXERCÍCIOS 10

- 1) Uma grande festa vai acontecer no Reino das Nuvens! Finn e Jake estão no castelo da Princesa Jujuba planejando qual seria a melhor rota para chegar até a festa.

A figura abaixo ilustra o mapa da Terra de Ooo:



Responda as questões abaixo considerando "F" como o vértice inicial. Vértices sucessores devem ser dispostos em ordem alfabética.

- Realize uma busca em largura no grafo e apresente os valores de π e d gerados pelo algoritmo.
- Realize uma busca em profundidade no grafo e apresente os valores de π , d e f gerados pelo algoritmo.
- Construa as árvores de busca geradas pelos algoritmos de busca em largura e busca em profundidade.
- Considerando "K" como vértice objetivo, realize uma busca de caminho mínimo utilizando o algoritmo de Dijkstra e apresente os valores de π e g gerados pelo algoritmo. Em seguida apresenta o caminho mínimo encontrado.

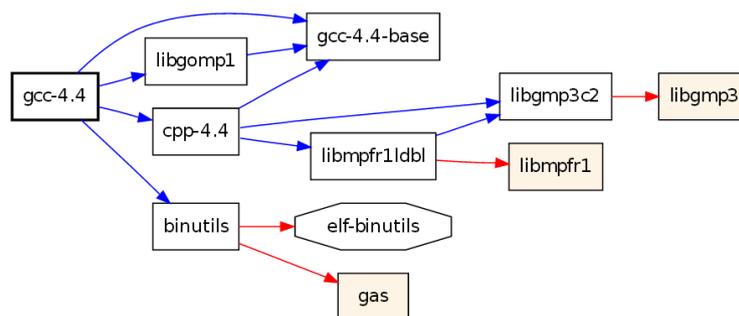
2) Em uma busca em largura, o valor $d[u]$ atribuído a um vértice u é independente da ordem na qual são dados os vértices em cada lista de adjacências. Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.

3) Após muitos anos pedalando, Geovane já não têm a mesma disposição para encarar as diversas subidas de Nova Friburgo. Como sabemos, Nova Friburgo é extremamente montanhosa. Por razões sentimentais, ele não quer mudar para uma cidade mais plana. Resolveu, então, que tentaria evitar grandes altitudes em seus caminhos.

Para isso, Geovane obteve com o serviço topográfico da prefeitura um mapa de Nova Friburgo, em que cada rua do mapa possui a informação da maior altitude encontrada quando trafegada. Tudo que ele precisa fazer agora é implementar um programa para determinar rotas que minimizem a altura percorrida entre pares (origem, destino).

- a) Defina e ilustre uma estrutura de dados para armazenar e representar o mapa fornecido pela prefeitura.
- b) Apresente o pseudocódigo de um algoritmo que receba como parâmetro uma origem e um destino. O algoritmo deve retornar um caminho entre a origem e o destino que evite passar por grandes altitudes.

4) Para instalar o *gcc-4.4* é necessário instalar um conjunto de dependências. A figura abaixo ilustra estas dependências:



- a) Utilizando o algoritmo de Kahn, apresente uma ordenação topológica definindo uma sequência válida para a instalação do *gcc-4.4* e suas dependências. Justifique sua resposta apresentando o conteúdo do vetor I e da pilha L em todas as iterações do algoritmo.
- b) Utilizando o algoritmo de ordenação topológica com busca em profundidade, apresente uma ordenação topológica definindo uma sequência válida para a instalação do *gcc-4.4* e suas dependências. Justifique sua resposta apresentando o conteúdo do vetor d e f e da lista L no final da execução do algoritmo.

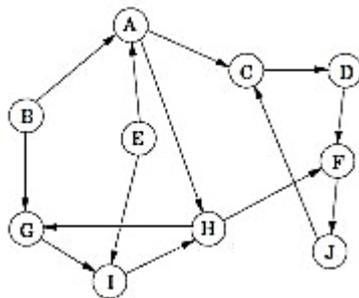
5) Se existe um caminho de u para v em um grafo orientado F , então qualquer busca em profundidade deve resultar em $d[v] \leq f[u]$. Verdadeiro ou Falso? Justifique sua resposta.

6) Durante sua campanha eleitoral, o prefeito de Nova Friburgo prometeu que, até o fim de seu mandato, os cidadãos conseguiriam se locomover entre os principais pontos do município sem passar por nenhum trecho de estrada de terra (quando assumiu o cargo, não era possível ir à nenhum lugar sem passar pelo barro).

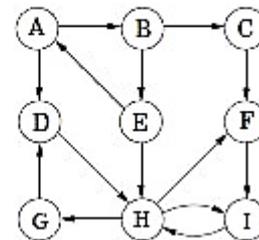
A primeira providência que tomou foi finalizar as diversas vias de ligação que haviam sido parcialmente construídas, mas não terminadas. Assim que concluiu esta etapa, já com o orçamento reduzido, o prefeito precisa determinar se a promessa já fora cumprida ou não.

- a) Defina e ilustre uma estrutura de dados para representar este problema.
- b) Apresente o pseudocódigo de um algoritmo que determine se a promessa do prefeito já foi cumprida ou não.

7) Considerando os seguintes grafos:



(a)



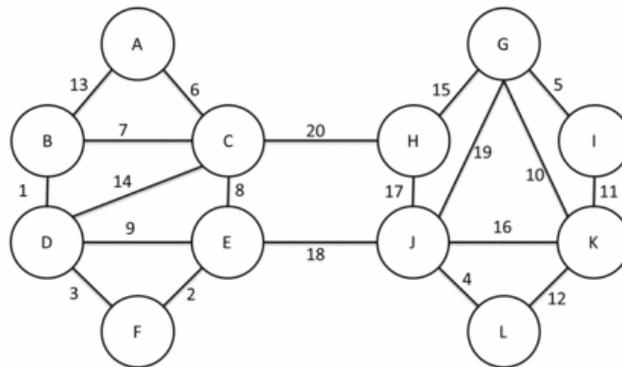
(b)

Responda as questões a seguir iniciando os algoritmos pelo vértice "A" e dispendo os vértices sucessores em ordem alfabética.

- a) Utilizando o algoritmo de Kosaraju, apresente os componentes fortemente conectados de cada um dos grafos na ordem em que eles são encontrados pelo algoritmo.
- b) Utilizando o algoritmo de Tarjan, apresente os componentes fortemente conectados de cada um dos grafos na ordem em que eles são encontrados pelo algoritmo.

8) Dado um grafo orientado representado por uma lista de adjacências, qual a complexidade do processo de calcular o grau de saída de um vértice? Justifique sua resposta descrevendo o processo.

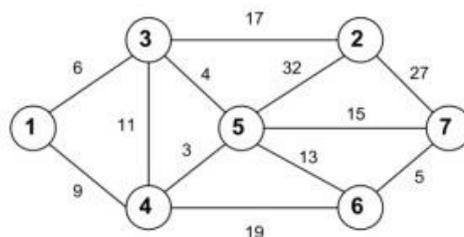
9) Considerando o seguinte grafo:



Responda as questões a seguir iniciando os algoritmos pelo vértice "A" e dispendo os vértices sucessores em ordem alfabética.

- a) Utilize o algoritmo de Prim para encontrar uma árvore geradora mínima para o grafo. Justifique sua resposta apresentando os valores de π e key gerados pelo algoritmo.
- b) Utilize o algoritmo de Kruskal com Conjuntos Disjuntos com Florestas para encontrar uma árvore geradora mínima para o grafo. Justifique sua resposta apresentando a árvore final presente conjunto disjunto.

10) Você é o responsável por substituir e otimizar a rede e os roteadores de uma empresa. Os roteadores transmitem os dados entre si através de cabos de rede e os dados transmitidos podem trafegar por uma ou mais rotas para serem entregues ao destinatário. Considerando o alto preço dos cabos de rede, você deve projetar a nova infraestrutura da rede da empresa de forma com que todos os roteadores consigam transmitir dados entre si economizando o máximo possível de cabos de rede. A figura abaixo mostra a atual infraestrutura de rede da empresa:



Apresente o pseudocódigo de um algoritmo para otimizar a infraestrutura de rede da empresa e descobrir qual será o custo total gasto com cabos de rede.

11) A transposta de um grafo orientado $G = (V, A)$ é o grafo $G^T = (V, A^T)$, onde $A^T = \{(v, u) \in V \times V \mid (u, v) \in A\}$. Desse modo, G^T é G com todas as suas arestas invertidas.

- a) Considerando que G é representado por uma lista de adjacências, descreva um algoritmo para calcular G^T a partir de G . Em seguida, analise a complexidade do algoritmo proposto.
- b) Considerando que G é representado por uma matriz de adjacências, descreva um algoritmo para calcular G^T a partir de G . Em seguida, analise a complexidade do algoritmo proposto.

12) Um grafo orientado $G=(V, A)$ é dito "semiconectado" se, para todos os pares de vértices $u, v \in V$, temos $u \rightsquigarrow v$ ou $v \rightsquigarrow u$. Forneça um algoritmo eficiente para determinar se G é ou não "semiconectado". Analise a complexidade do algoritmo proposto.