



INF 1771 – Inteligência Artificial

Aula 08 – Lógica de Primeira Ordem

Edirlei Soares de Lima
<elima@inf.puc-rio.br>

Agente Baseado em Conhecimento

- O componente central de um agente baseado em conhecimento é sua **base de conhecimento**.
- A base de conhecimento é formada por um conjunto de **sentenças** expressadas através de uma **linguagem lógica** de representação de conhecimento.
- Deve ser possível adicionar novas sentenças à base e consultar o que se conhece. Ambas as tarefas podem envolver **inferência** (derivação de novas sentenças a partir de sentenças antigas).

Limitações da Lógica Proposicional

- Muito simples para representar o conhecimento de ambientes complexos de uma forma concisa.
- Falta de capacidade de expressão para descrever um ambiente com muitos objetos.
 - **Exemplo em linguagem natural:**
 - “quadrados adjacentes a poços possuem brisa”
 - **Em lógica proposicional:**
 - $B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$ - (Seria necessário declarar todas as salas!)

Linguagem Natural

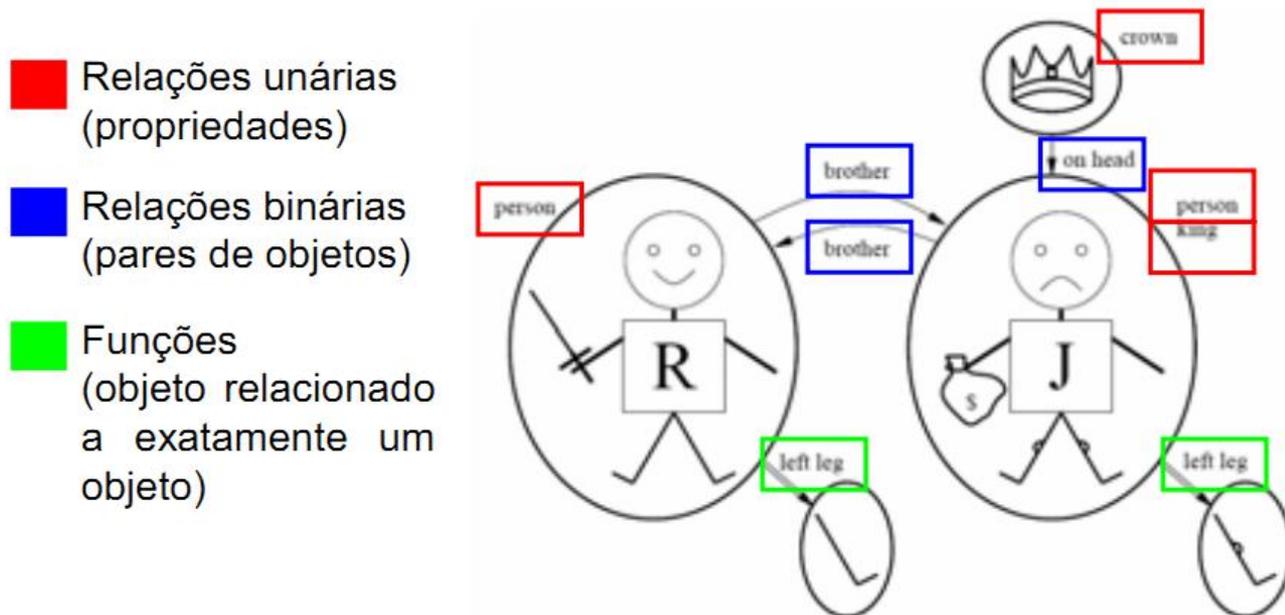
- **Objetos:** pessoas, casas, números, cores, jogos, séculos...
- **Relações:**
 - **Unárias:** propriedades de um objeto.
 - Exemplo: vermelho, redondo, falso
 - **n-árias:** relacionam grupos de objetos.
 - Exemplo: irmão de, maior que, interior a, parte de...
 - **Funções:** um objeto está relacionado a exatamente um objeto.
 - Exemplo: pai de, melhor amigo de, terceiro turno de, uma unidade maior que...
- Linguagem da **lógica de primeira ordem** é elaborada em torno de objetos e relações.

Lógica de Primeira Ordem

- Principal **diferença** entre lógica proposicional e a lógica de primeira ordem é o **compromisso ontológico**, ou seja, o que cada linguagem pressupõe sobre a natureza da realidade:
 - **Lógica Proposicional:** pressupõe que existem fatos que são válidos ou não-válidos no mundo.
 - **Lógica de Primeira Ordem:** pressupõe que o mundo consiste em objetos com certas relações entre eles que são válidas ou não-válidas.

Modelo em Lógica de Primeira Ordem

- Exemplo: Ricardo Coração de Leão, rei da Inglaterra de 1189 a 1199 e seu irmão mais jovem, o perverso rei João, que governou de 1199 a 1215:



Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Símbolos** - Começam com letras maiúsculas e podem ser de três tipos:
 - **Símbolos de constantes:** Representam objetos.
Exemplo: Ricardo e João
 - **Símbolos de predicados:** Representam relações.
Exemplo: Irmão, NaCabeça, Pessoa
 - **Símbolos de funções:** Representam funções.
Exemplo: PernaEsquerda

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Interpretação** - Especifica quais objetos, relações e funções são referidos pelos símbolos de constantes, predicados e funções:
- Interpretação pretendida:
 - Ricardo se refere a “Ricardo Coração de Leão”
 - João se refere ao “perverso rei João”
 - irmão se refere à “relação de fraternidade”
 - NaCabeça se refere à relação “na cabeça” que é válida entre a coroa e o rei João
 - Pessoa, Rei e Coroa se referem aos conjuntos de objetos que são pessoas, reis e coroas
 - PernaEsquerda se refere à função “perna esquerda”.

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Sentenças atômicas** são formadas a partir de um símbolo de predicado seguido por uma lista de termos entre parênteses.
Exemplos:
 - Irmão(Ricardo, João)
 - Casado(Pai(Ricardo), Mãe(João))
- Uma sentença atômica é verdadeira em um modelo, sob uma dada interpretação, se a relação referida pelo símbolo de predicado é válida entre os objetos referidos pelos argumentos.

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Sentenças complexas** podem ser formadas pelo uso de conectivos lógicos, da mesma maneira que na lógica proposicional.
- Exemplos:
 - $\neg \text{Irmão}(\text{PernaEsquerda}(\text{Ricardo}), \text{João})$
 - $\text{Irmão}(\text{Ricardo}, \text{João}) \wedge \text{Irmão}(\text{João}, \text{Ricardo})$
 - $\text{Rei}(\text{Ricardo}) \vee \text{Rei}(\text{João})$
 - $\neg \text{Rei}(\text{Ricardo}) \Rightarrow \text{Rei}(\text{João})$

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Quantificadores** (\forall , \exists) são utilizados para expressar propriedades de coleções inteiras de objetos.
- **Quantificador Universal (\forall):** “Para todo...” $\forall x P$, onde P é qualquer expressão lógica, afirma que P é verdadeira para todo objeto x .

Exemplo:

$$\forall x \text{ Rei}(x) \Rightarrow \text{Pessoa}(x)$$

- **Quantificador Existencial (\exists):** “Para algum...” $\exists x P$ afirma que P é verdadeira para pelo menos um x .

Exemplo:

$$\exists x \text{ Rei}(x)$$

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- **Quantificadores aninhados** são usados em sentenças complexas compostas.
- Exemplos:
 - $\forall x \forall y \text{ Irmão}(x,y) \Rightarrow \text{Parente}(x,y)$
 - “Irmãos são parentes”
 - $\forall x,y \text{ Parente}(x,y) \Leftrightarrow \text{Parente}(y,x)$
 - “Parente é uma relação simétrica”
 - $\forall x \exists y \text{ Ama}(x,y)$
 - “Todo mundo ama alguém”
 - $\exists y \forall x \text{ Ama}(x,y)$
 - “Existe alguém que é amado por todo mundo”

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- Os quantificadores (\forall , \exists) estão **conectados** um ao outro por meio de negação.
- Exemplos:
 - $\forall x \neg \text{Gosta}(x, \text{Cenouras}) \equiv \neg \exists x \text{Gosta}(x, \text{Cenouras})$
“todo mundo detesta cenouras” \equiv “não existe alguém que goste de cenouras”
 - $\forall x \text{Gosta}(x, \text{Sorvete}) \equiv \neg \exists x \neg \text{Gosta}(x, \text{Sorvete})$
“todo mundo gosta de sorvete” \equiv “não existe alguém que não goste de sorvete”

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- Em lógica de primeira ordem pode-se usar o símbolo de **igualdade** para fazer declarações afirmando que dois termos se referem ao mesmo objeto.
- Exemplo:
 - $\text{Pai}(\text{João}) = \text{Henrique}$

Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

Sentença \rightarrow SentençaAtômica

| (Sentença Conectivo Sentença)

| Quantificador Variável, ...Sentença

| \neg Sentença

SentençaAtômica \rightarrow Predicado(Termo,...) | Termo=Termo

Termo \rightarrow Função (Termo,...)

| Constante

| Variável

Conectivo $\rightarrow \Rightarrow$ | \wedge | \vee | \Leftrightarrow

Quantificador $\rightarrow \forall$ | \exists

Constante $\rightarrow A$ | X1 | João | ...

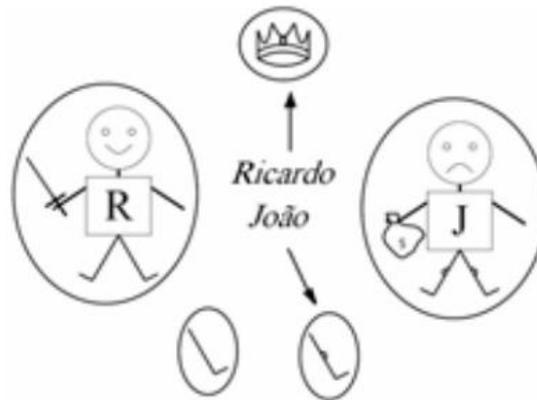
Variável $\rightarrow a$ | x | s | ...

Predicado \rightarrow Antes | TemCor | Chovendo | ...

Função \rightarrow Mãe | PernaEsquerda | ...

Semântica da Lógica de Primeira Ordem

- Se existem 5 objetos, existem 25 interpretações para os símbolos Ricardo e João.



- Número de modelos pode ser ilimitado (pode incluir, por exemplo os números reais). Logo, o número de modelos possível é ilimitado.
- **Verificar consequência lógica pela enumeração de todos os modelos não é uma opção.**

Exemplo - Parentesco

- **Objetivo:**
Determinar o parentesco de grupos de pessoas.
- **Fatos:**
“Elizabeth é a mãe de Charles”, “Charles é o pai de William”
- **Regras:**
“a avó de uma pessoa é a mãe do pai de uma pessoa”
- **Objetos:**
Pessoas
- **Predicados unários:**
Masculino e Feminino
- **Predicados (relações de parentesco):**
Ancestral, Parente, Irmão, ...
- **Funções:**
Mãe e Pai (cada pessoa tem apenas um de cada)

Exemplo - Parentesco

- A mãe de alguém é o ancestral feminino de alguém
 - $\forall_{m,c}$ Mãe(c)=m \Leftrightarrow Feminino(m) \wedge Ancestral(m,c)
- O marido de alguém é o cônjuge masculino de alguém
 - $\forall_{w,h}$ Marido(h,w) \Leftrightarrow Masculino(h) \wedge Cônjuge(h,w)
- Masculino e feminino são categorias disjuntas
 - \forall_x Masculino(x) \Leftrightarrow \neg Feminino(x)

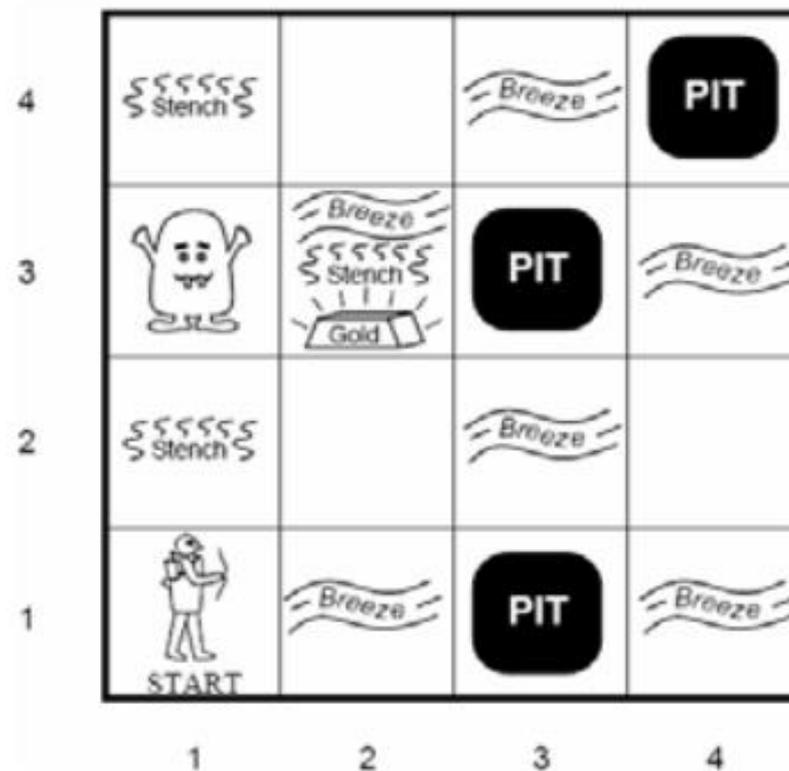
Exemplo - Parentesco

- Ancestral e descendente são relações inversas
 - $\forall_{p,c} \text{Ancestral}(p,c) \Leftrightarrow \text{Descendente}(c,p)$
- Avô é um pai do pai de alguém
 - $\forall_{g,c} \text{Avô}(g,c) \Leftrightarrow \exists_p \text{Pai}(g,p) \wedge \text{Pai}(p,c)$
- Um parente é outro descendente dos ancestrais de alguém
 - $\forall_{x,y} \text{Parente}(x,y) \Leftrightarrow x \neq y \wedge \exists_p \text{Ancestral}(p,x) \wedge \text{Ancestral}(p,y)$

Exemplo - Wumpus

- **Estrutura da Base de Conhecimento:**
 - São armazenadas as sentenças representando as percepções do agente e a hora em que elas ocorreram.
 - Fedor, Brisa e Resplendor são constantes inseridas em uma lista.
 - Exemplo: Percepção ([Fedor, Brisa, Resplendor, Nenhum, Nenhum], 5)
 - Ações:
 - Virar(Direita), Virar(Esquerda), Avançar, Atirar, Agarrar, Soltar.
- **Consultas:**
 - $\exists x$ MelhorAção(x,5)
 - ASK deve retornar uma lista de vinculação como {a/Agarrar}

Exemplo - O Mundo de Wumpus



Exemplo - Wumpus

- Os dados brutos da percepção implicam certos fatos sobre o estado atual.

Exemplos:

- $\forall_{t,s,g,m,c}$ Percepção([s,Brisa,g,m,c],t) \Rightarrow Brisa(t)
- $\forall_{t,s,b,m,c}$ Percepção([s,b,Resplendor,m,c],t) \Rightarrow Resplendor(t)

- Comportamentos simples podem ser implementados por sentenças de implicação quantificadas.

Exemplo:

- \forall_t Resplendor(t) \Rightarrow MelhorAção(Agarrar,t)

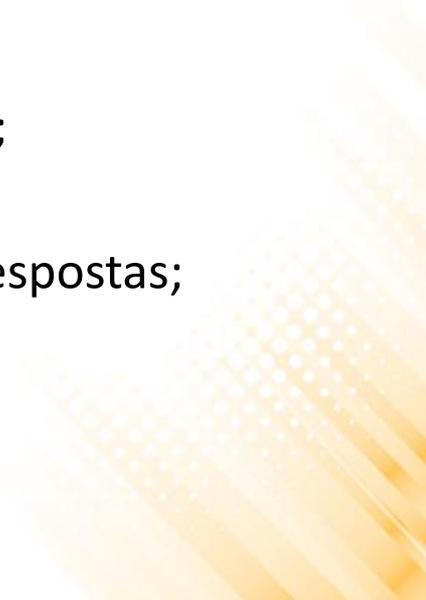
Exemplo - Wumpus

- Adjacência de dois quadrados:
 - $\forall_{x,y,a,b}$ Adjacente($[x,y],[a,b]$) $\Leftrightarrow [a,b] \in \{[x+1,y], [x-1,y], [x,y+1], [x,y-1]\}$
- Se o agente estiver em um quadrado e perceber uma brisa, então esse quadrado é arejado:
 - $\forall_{s,t}$ Em(Agente,s,t) \wedge Brisa(t) \Rightarrow Arejado(s)

Exemplo - Wumpus

- **Regras de diagnóstico:** algumas causas ocultas do ambiente conduzem a novas percepções.
 - $\forall_s \text{Arejado}(s) \Rightarrow \exists_r \text{Adjacente}(r,s) \wedge \text{Poço}(r)$
 - $\forall_s \neg \text{Arejado}(s) \Rightarrow \neg \exists_r \text{Adjacente}(r,s) \wedge \text{Poço}(r)$

Construção da Base de Conhecimento

- (1)** Identificar a tarefa;
 - (2)** Agregar conhecimento relevante;
 - (3)** Definir um vocabulário de predicados, funções e constantes;
 - (4)** Codificar o conhecimento geral sobre o domínio;
 - (5)** Codificar uma descrição da instância específica do problema;
 - (6)** Formular consultas ao procedimento de inferência e obter respostas;
 - (7)** Depurar a base de conhecimento;
- 

Prolog

- O Prolog é uma linguagem de programação baseada em lógica de primeira ordem.
 - Não é padronizada.
 - Algumas implementações: SICStus Prolog, Borland Turbo Prolog, **SWI-Prolog**...
 - Geralmente é interpretado, mas pode ser compilado.
- 

Leitura Complementar

- Russell, S. and Norvig, P. **Artificial Intelligence: a Modern Approach**, 3rd Edition, Prentice-Hall, 2009.
- **Capítulo 8: First-Order Logic**
- **Capítulo 9: Inference in First-Order Logic**

