



# INF 1771 – Inteligência Artificial

## Aula 07 – Agentes Lógicos

Edirlei Soares de Lima  
<elima@inf.puc-rio.br>

# Introdução

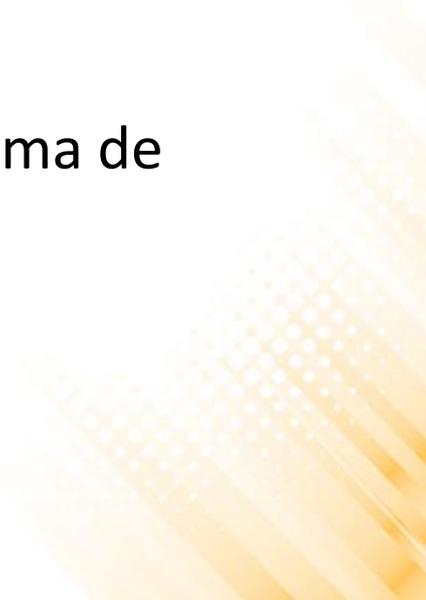
- Humanos possuem conhecimento e **raciocinam** sobre este conhecimento.

- Exemplo:

“João jogou uma **pedra** na **janela** e a **quebrou**”

- **Agentes Baseados em Conhecimento** ou **Agentes Lógicos**.

# Agente Baseado em Conhecimento

- Podem lidar mais facilmente com **ambientes parcialmente observáveis**.
  - O agente pode usar as suas percepções e conhecimento do mundo para **inferir aspectos ainda desconhecidos** do ambiente.
  - São **flexíveis** e podem assumir novas tarefas na forma de objetivos explicitamente descritos.
- 

# Agente Baseado em Conhecimento

- O componente central de um agente baseado em conhecimento é sua **base de conhecimento**.
- A base de conhecimento é formada por um conjunto de **sentenças** expressadas através de uma **linguagem lógica** de representação de conhecimento.
- Deve ser possível adicionar novas sentenças à base e consultar o que se conhece. Ambas as tarefas podem envolver **inferência** (derivação de novas sentenças a partir de sentenças antigas).

# Agente Baseado em Conhecimento

- Agente genérico baseado em conhecimento:

```
function KB-AGENT(percept) returns an action  
  static: KB, a knowledge base  
           t, a counter, initially 0, indicating time  
  TELL(KB, MAKE-PERCEPT-SENTENCE(percept, t))  
  action ← ASK(KB, MAKE-ACTION-QUERY(t))  
  TELL(KB, MAKE-ACTION-SENTENCE(action, t))  
  t++  
  return action  
end
```

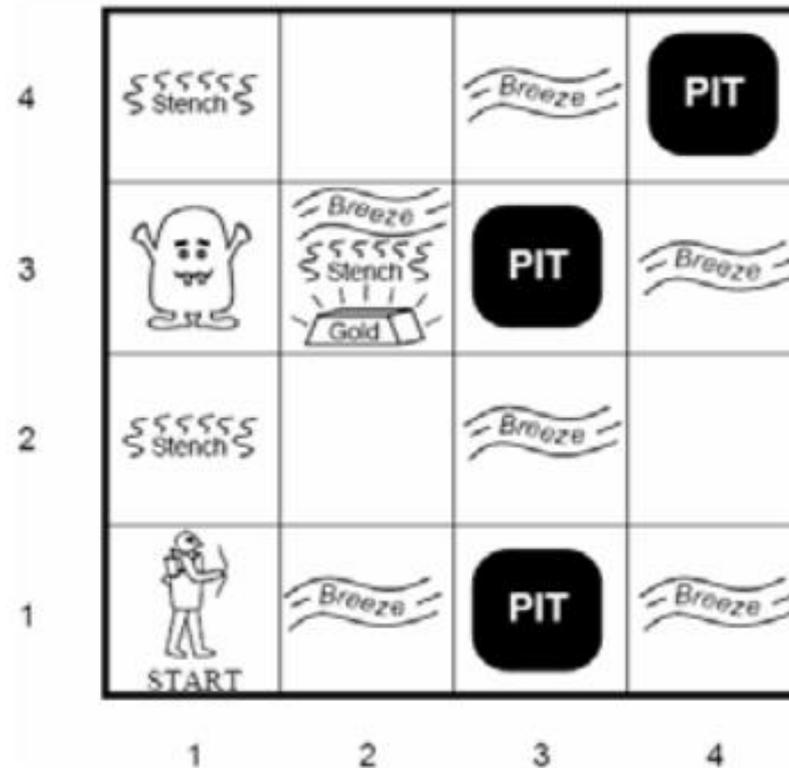
# Agente Baseado em Conhecimento

- Processo de execução de um agente baseado em conhecimento:
  - **(1)** Informa a base de conhecimento o que o agente está percebendo do ambiente.
  - **(2)** Pergunta a base de conhecimento qual a próxima ação que deve ser executada. Um extensivo processo de **raciocínio lógico** é realizada sobre a base de conhecimento para que sejam decididas as ações que devem ser executadas.
  - **(3)** Realiza a ação escolhida e informa a base de conhecimento sobre a ação que está sendo realizada.

# Agente Baseado em Conhecimento

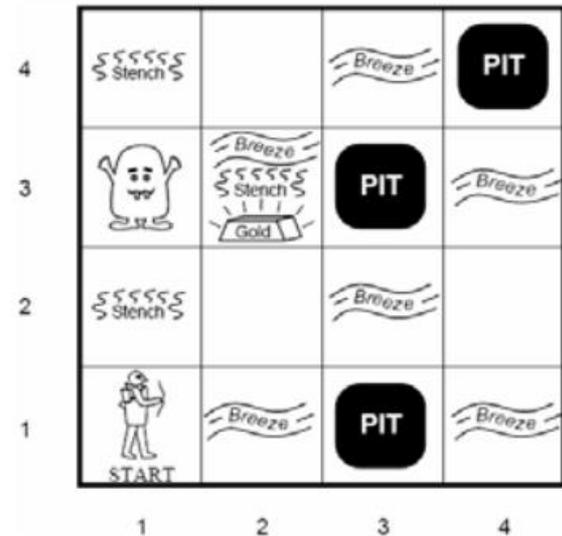
- Porque utilizar uma linguagem lógica de representação de conhecimento?
    - **Facilita a criação dos agentes.** É possível dizer o que o agente sabe através de sentenças lógicas.
    - O agente pode **adicionar** novas sentenças a sua base de conhecimento enquanto ele explora o ambiente.
    - Abordagem **declarativa** de criação de sistemas.
- 

# O Mundo de Wumpus



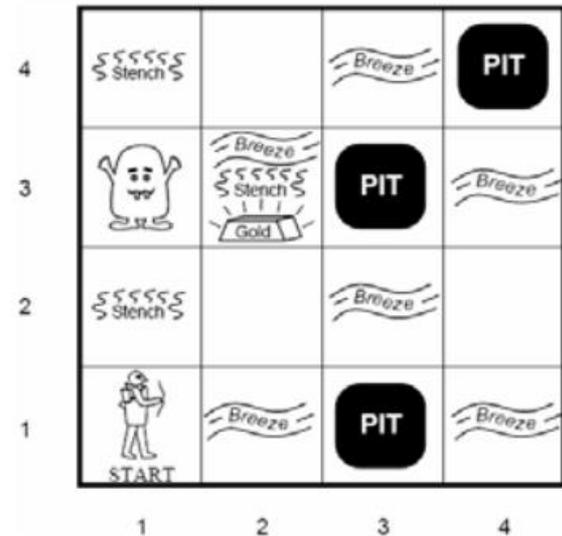
# O Mundo de Wumpus

- **O ambiente contém:**
  - Salas conectadas por passagens;
  - Ouro em alguma sala;
  - Poços sem fundo nos quais cairá qualquer um que passar pela sala, exceto o Wumpus;
  - Wumpus: monstro que devora qualquer guerreiro que entrar em sua sala. O Wumpus pode ser morto pelo agente, mas o agente só tem uma flecha.



# O Mundo de Wumpus

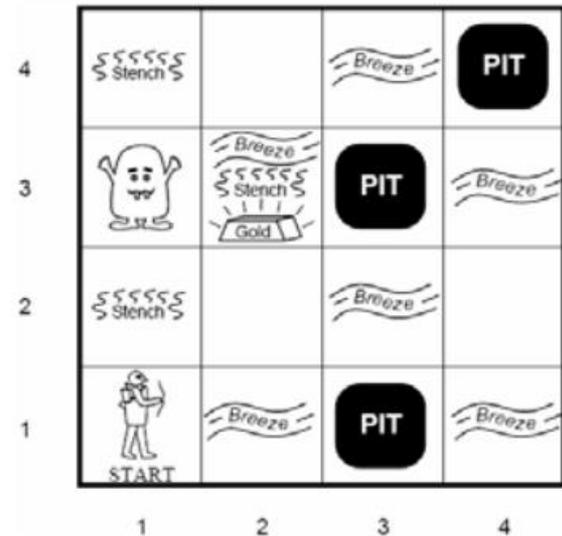
- **Medida de desempenho:** +1.000 por pegar ouro, -1.000 se cair em um poço ou for devorado pelo Wumpus, -1 para cada ação executada, -10 pelo uso da flecha.
- **Ambiente:** malha 4x4 de salas. O agente sempre começa no quadrado identificado como [1,1] voltado para a direita. As posições do Wumpus, ouro e poços são escolhidas aleatoriamente.
- **Ações possíveis:** O agente pode mover-se para frente, virar à esquerda, virar à direita, agarrar um objeto e atirar a flecha.



# O Mundo de Wumpus

- **Sensores:**

- Em quadrados adjacentes ao Wumpus, exceto diagonal, o agente sente o **fedor** do Wumpus;
- Em quadrados adjacentes a um poço, exceto diagonal, o agente sente uma **brisa**;
- Quadrados onde existe ouro o agente percebe o **brilho** do ouro;
- Ao caminhar contra uma parede o agente sente um **impacto**;
- Quando o Wumpus morre o agente ouve um **grito**;



# O Mundo de Wumpus

- **Passo 1:**

- **Sensores:**

- [nada, nada, nada, nada, nada]

- **Conclusão:**

- [1,2] e [2,1] são seguros

- **Movimento escolhido:**

- [2,1]

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2 OK	2,2	3,2	4,2
1,1 A OK	2,1 OK	3,1	4,1

# O Mundo de Wumpus

- **Passo 2:**

- **Sensores:**

[nada, brisa, nada, nada, nada]

- **Conclusão:**

Há poço em [2,2], [3,1] ou ambos

- **Movimento escolhido:**

[1,1] e depois [1,2]

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2 OK	2,2 P?	3,2	4,2
1,1 V OK	2,1 <input type="checkbox"/> A B OK	3,1 P?	4,1

# O Mundo de Wumpus

- **Passo 3:**

- **Sensores:**

- [fedor, nada, nada, nada]

- **Conclusão:**

- Há Wumpus em [1,3] ou [2,2]

- Wumpus não pode estar em [2,2]

- Wumpus em [1,3]

- Não existe poço em [2,2]

- Poço em [3,1]

- [2,2] é seguro

- **Movimento escolhido:**

- [2,2]

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3 W!	2,3	3,3	4,3
1,2 A S OK	2,2 OK	3,2	4,2
1,1 V OK	2,1 B V OK	3,1 P!	4,1

# Lógica

- A base de conhecimento de um agente é formada por um conjunto de sentenças expressadas através de uma **linguagem lógica de representação de conhecimento**.
- O conceito de lógica foi organizado principalmente por Aristóteles. “É o conhecimento das formas gerais e regras gerais do pensamento correto e verdadeiro, independentemente dos conteúdos pensados”
  - “Todo homem é mortal”
  - “Sócrates é um homem”
  - “Logo, Sócrates é mortal”
- Todo X é Y. Z é X. Portanto, Z é Y.

# Tipos de Lógica

- **Lógica proposicional:** (ou lógica Booleana) lógica que representa a estrutura de sentenças usando conectivos como: "e", "ou" e "não".
- **Lógica de predicados:** lógica que representa a estrutura de sentenças usando conectivos como: "alguns", "todos" e "nenhum".
- **Lógica multivalorada:** estende os tradicionais valores verdadeiro/falso para incluir outros valores como "possível" ou um número infinito de "graus de verdade", representados, por exemplo, por um número real entre 0 e 1.
- **Lógica modal:** o estudo do comportamento dedutivo de expressões como: "é necessário que" e "é possível que".
- **Lógica temporal:** descreve qualquer sistema de regras e símbolos para representar e raciocinar sobre proposições qualificadas em termos do tempo.
- **Lógica paraconsistente:** lógica especializada no tratamento de bases de dados que contenham inconsistências.
- ...

# Conceitos Lógica

- **Sintaxe:** especifica todas as sentenças que são bem-formadas.
  - Exemplo na aritmética: “ $x+y=4$ ”, “ $x4y+=$ ”.
- **Semântica:** Especifica o significado das sentenças. A verdade de cada sentença com relação a cada “mundo possível”.
  - Exemplo: a sentença “ $x+y=4$ ” é verdadeira em um mundo no qual  $x=2$  e  $y=2$ , mas é falsa em um mundo em que  $x=1$  e  $y=1$ .

# Conceitos Lógica

- **Modelo:** um “mundo possível”.
  - A frase “m é modelo de a” indica que a sentença a é verdadeira no modelo m.
- **Consequência lógica:** utilizada quando uma sentença decorre logicamente de outra.
  - Notação:  $a \models b$  (b decorre logicamente de a).
  - Pode ser aplicada para derivar conclusões, ou seja, para conduzir inferência lógica.

# Consequência lógica no Mundo de Wumpus

- **Base de conhecimento:**

Nada em [1,1];

Brisa em [2,1];

Regras do mundo de Wumpus;

- **Interesse do agente:**

Saber se os quadrados [1,2],

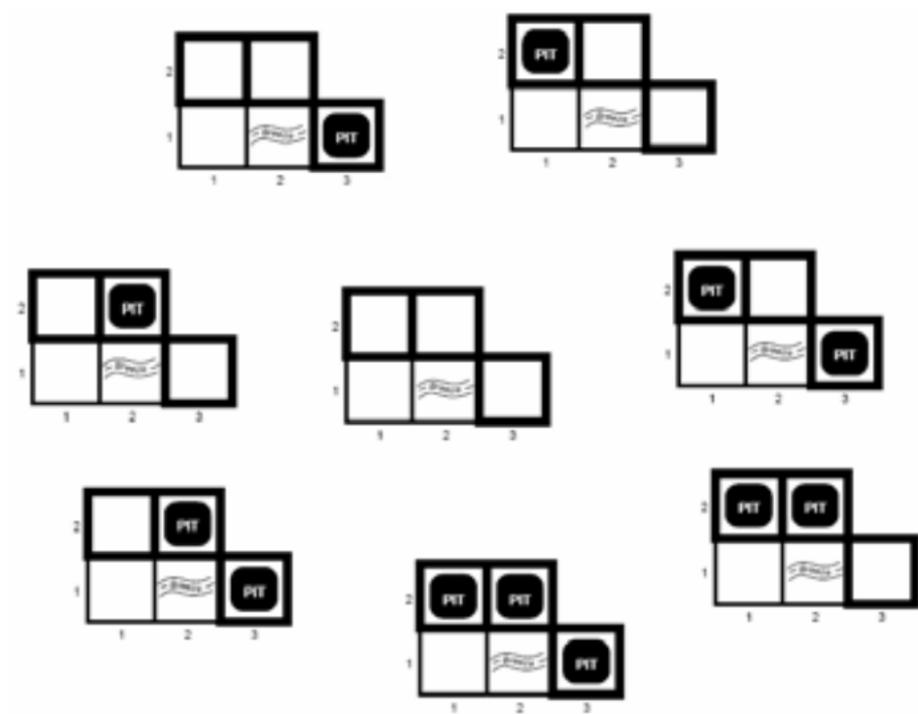
[2,2] e [3,1] contém poços.

- **Possíveis modelos:**

$$2^3=8$$

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2 OK	2,2 P?	3,2	4,2
1,1 V OK	2,1 A B OK	3,1 P?	4,1

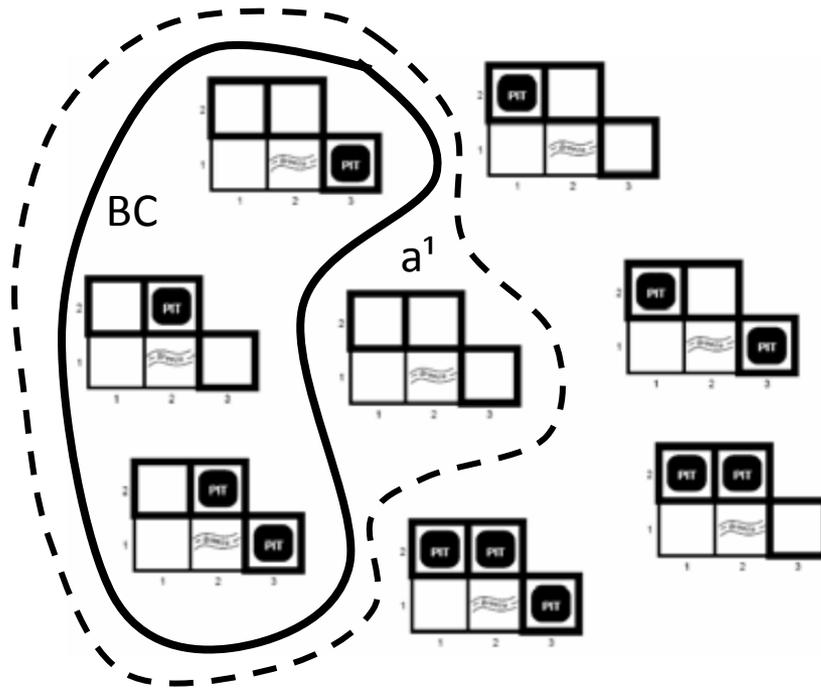
# Possíveis Modelos





# Consequência lógica no Mundo de Wumpus

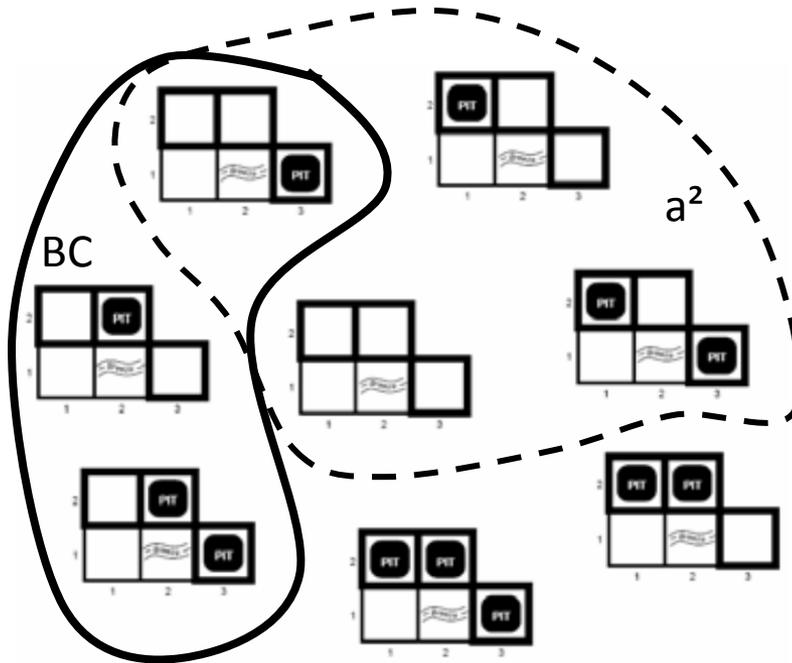
- Considerando a possível conclusão:
  - $a^1$  = “não existe nenhum poço em [1,2]”



É possível afirmar que  
 $BC \models a^1$

# Consequência lógica no Mundo de Wumpus

- Considerando a possível conclusão:
  - $a^2$  = “não existe nenhum poço em [2,2]”



É possível afirmar que  
 $BC \not\models a^2$

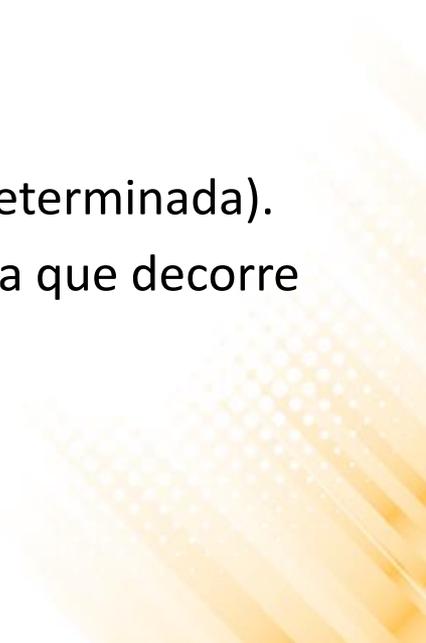
# Inferência Lógica

- **O exemplo anterior:**
  - Ilustra a **consequência lógica**.
  - Mostra como a consequência lógica pode ser aplicada para produzir **inferência lógica** (derivar conclusões).
  - O algoritmo ilustrado no exemplo se chama **model checking**. Ele numera todos os possíveis modelos para checar se a é verdade em todos os modelos onde BC é verdade.

# Agente Baseado em Conhecimento

- Como representar a base de conhecimento do agente?
    - Lógica Proposicional
    - Lógica de Primeira ordem
    - Outras linguagens lógicas
- 

# Lógica Proposicional

- Lógica simples.
  - As sentenças são formadas por conectivos como: “e”, “ou”, “então”.
  - É necessário definir:
    - **Sintaxe** (sentenças válidas).
    - **Semântica** (modo pelo qual a verdade das sentenças é determinada).
    - **Consequência lógica** (relação entre uma sentença e outra que decorre dela).
    - **Algoritmo para inferência lógica.**
- 

# Sintaxe em Lógica Proposicional

- A sintaxe da lógica proposicional define as sentenças permitidas. É formada por:
  - **Símbolos:** nomes em letras maiúsculas (P, Q, R, ...) que podem assumir verdadeiro e falso;
  - **Sentenças atômicas:** constituídas por elementos sintáticos indivisíveis (símbolo proposicional);
  - **Sentenças complexas:** são construídas a partir de sentenças mais simples com a utilização de conectivos lógicos:  $\neg$  (não),  $\wedge$  (e),  $\vee$  (ou),  $\Rightarrow$  (implica),  $\Leftrightarrow$  (dupla implicação)
    - Sentença cujo principal conectivo é  $\wedge$ : conjunção
    - Sentença cujo principal conectivo é  $\vee$ : disjunção

# Gramática da Lógica Proposicional

- **Sentença**  $\rightarrow$  SentençaAtômica | SentençaComplexa
- **SentençaAtômica**  $\rightarrow$  Verdadeiro | Falso | Símbolo
- **Símbolo**  $\rightarrow$  P | Q | R | ...
- **SentençaComplexa**  $\rightarrow$   $\neg$ Sentença  
| (Sentença  $\wedge$  Sentença)  
| (Sentença  $\vee$  Sentença)  
| (Sentença  $\Rightarrow$  Sentença)  
| (Sentença  $\Leftrightarrow$  Sentença)

# Exemplos de Sentenças Validas

- $P$
- Verdadeiro
- $P \wedge Q$
- $(P \vee Q) \Rightarrow S$
- $(P \wedge Q) \vee R \Rightarrow S$
- $\neg(P \vee Q)$
- $\neg(P \vee Q) \Rightarrow R \wedge S$

# Implicação Lógica ( $\Rightarrow$ )

- $P \Rightarrow Q$ 
  - Se  $P$  é verdade então  $Q$  também é verdade.
  - Exemplo:
    - Se está chovendo então as ruas estão molhadas.

# Equivalência Lógica ( $\Leftrightarrow$ )

- $P \Leftrightarrow Q$ 
  - Se P é verdade então Q também é verdade. Se Q é verdade então P também é verdade.
  - Exemplo:
    - Se dois lados de um triângulo são iguais então os dois ângulos da base do triângulo são iguais.
  - A equivalência pode ser substituída por duas sentenças de implicação:  $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$

# Semântica em Lógica Proposicional

- Descreve como calcular o valor verdade de qualquer sentença com base em um mesmo **modelo**. É necessário definir como calcular a verdade de sentenças atômicas e como calcular a verdade de sentenças formadas com cada um dos cinco conectivos ( $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ ).
- **Sentenças atômicas:**
  - Verdadeiro é verdadeiro e falso é falso em todo modelo.
  - O valor-verdade de todos os outros símbolos proposicionais deve ser especificado diretamente no modelo.
- **Sentenças complexas:**
  - As regras em cada conectivo são resumidas em uma **tabela-verdade**.

# Tabela-verdade para os Conectivos

- Para os cinco conectivos lógicos apresentados, teremos:

<b>P</b>	<b>Q</b>	<b><math>\neg P</math></b>	<b><math>P \wedge Q</math></b>	<b><math>P \vee Q</math></b>	<b><math>P \Rightarrow Q</math></b>	<b><math>P \Leftrightarrow Q</math></b>
F	F	V	F	F	V	V
F	V	V	F	V	V *	F
V	F	F	F	V	F	F
V	V	F	V	V	V	V

- (\*) Lógica proposicional não exige relação de causa e efeito entre P e Q. Deve-se entender esta relação como “se P é verdadeira, então Q é verdadeira. Caso contrário, não estou fazendo nenhuma afirmação”. Exemplo:
  - “5 é ímpar implica que Tóquio é capital do Japão” (V)
  - “5 é par implica que João é inteligente” (V)

# Exemplo: Mundo de Wumpus

- Vocabulário de símbolos proposicionais:
  - Seja  $P_{i,j}$  verdadeiro se existe poço em  $[i,j]$
  - Seja  $B_{i,j}$  verdadeiro se existe brisa em  $[i,j]$

1,4	2,4	3,4	4,4
1,3	2,3	3,3	4,3
1,2 OK	2,2 P?	3,2	4,2
1,1 V OK	2,1 <input type="checkbox"/> A B OK	3,1 P?	4,1

# Exemplo: Mundo de Wumpus

## Base de Conhecimento:

**R1:**  $\neg P_{1,1}$



Não há poço em [1,1].

**R2:**  $B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$



Um quadrado tem uma brisa se e somente se existe um poço em um quadrado vizinho (todos os quadrados devem ser declarados).

**R3:**  $B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1})$

**R4:**  $\neg B_{1,1}$



Percepções adquiridas pelo agente do mundo em que ele se encontra.

**R5:**  $B_{2,1}$

1,2 OK	2,2 P?	3,2
1,1 V OK	2,1 A B OK	3,1 P?

# Inferência - Mundo de Wumpus

- **Inferência:** derivação de novas sentenças a partir de sentenças antigas.
- **Objetivo:** decidir se  $BC \models \alpha$  para alguma sentença  $\alpha$ . Exemplos:  
 $P_{1,2}$ ?  $P_{2,2}$ ?
- **Algoritmo:** enumerar todos os modelos e verificar se  $\alpha$  é verdadeira em todo modelo no qual BC é verdadeira.
  - Símbolos proposicionais relevantes:  
 $B_{1,1}, B_{2,1}, P_{1,1}, P_{1,2}, P_{2,1}, P_{2,2}, P_{3,1}$
  - 7 símbolos  $\rightarrow 2^7=128$  modelos possíveis

# Tabela Verdade – Mundo de Wumpus

$B_{1,1}$	$B_{2,1}$	$P_{1,1}$	$P_{1,2}$	$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	$P_{3,1}$	R1	R2	R3	R4	R5	BC
F	F	F	F	F	F	F	V	V	V	V	F	F
F	F	F	F	F	F	V	V	V	F	V	F	F
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
F	V	F	F	F	F	F	V	V	F	V	V	F
F	V	F	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	F	V	F	F	V	V	F
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
V	V	V	V	V	V	V	F	V	V	F	V	F

- Em três desses modelos toda a base de conhecimento é verdadeira.
- Nesses três modelos,  $\neg P_{1,2}$  é verdadeira. Dessa maneira conclui-se que **não existe poço em [1,2]**.
- $P_{2,2}$  é verdadeira em dois dos três modelos e falsa em um. Assim, **não podemos dizer ainda se existe um poço em [2,2]**.

# Equivalência

- Duas sentenças  $\alpha$  e  $\beta$  são logicamente equivalentes ( $\alpha \Leftrightarrow \beta$ ) se são verdadeiras no mesmo conjunto de modelos.

$(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha)$  comutatividade de  $\wedge$

$(\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha)$  comutatividade de  $\vee$

$(\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma \equiv \alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)$  associatividade de  $\wedge$

$(\alpha \vee \beta) \vee \gamma \equiv \alpha \vee (\beta \vee \gamma)$  associatividade de  $\vee$

$\neg\neg\alpha \equiv \alpha$  eliminação de dupla negação

$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha)$  contraposição

$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$  eliminação de implicação

$(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha))$  eliminação de bicondicional

$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$  de Morgan

$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$  de Morgan

$(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$  distributividade de  $\wedge$  sobre  $\vee$

$(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$  distributividade de  $\vee$  sobre  $\wedge$

# Padrões de Raciocínio em Logica Proposicional

- **Modus Ponens:** A partir de uma implicação e a premissa da implicação, pode-se inferir a conclusão.
- **Eliminação de E:** De uma conjunção, pode-se inferir qualquer um dos conjutores.
- **Resolução Unitária:** De uma disjunção, se um dos disjutores é falso, então pode-se inferir que o outro é verdadeiro.

$$\frac{\alpha \rightarrow \beta, \alpha}{\beta}$$

$$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha}$$

$$\frac{\alpha \vee \beta, \neg \beta}{\alpha}$$

# De Volta ao Mundo de Wumpus

## Base de Conhecimento:

**R1:**  $\neg P_{1,1}$



Não há poço em [1,1].

**R2:**  $B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$



Um quadrado tem uma brisa se e somente se existe um poço em um quadrado vizinho (todos os quadrados devem ser declarados).

**R3:**  $B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1})$

**R4:**  $\neg B_{1,1}$



Percepções adquiridas pelo agente do mundo em que ele se encontra.

**R5:**  $B_{2,1}$

1,2 OK	2,2 P?	3,2
1,1 V OK	2,1 A B OK	3,1 P?

# Provando $\neg P_{1,2}$ em Wumpus

- Eliminação bicondicional em **R2**:

$$\mathbf{R2: } B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$$

$$\mathbf{R6: } (B_{1,1} \Rightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge ((P_{1,2} \vee P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1})$$

- Eliminação de “e” em **R6**:

$$\mathbf{R7: } (P_{1,2} \vee P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1}$$



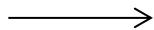
De uma conjunção, pode-se inferir qualquer um dos conjutores.

- Contraposição em **R7**:

$$\mathbf{R8: } \neg B_{1,1} \Rightarrow \neg(P_{1,2} \vee P_{2,1})$$

- Modus Ponens (**R4** + **R8**)

$$\mathbf{R4: } \neg B_{1,1}$$



A partir de uma implicação e a premissa da implicação, pode-se inferir a conclusão.

$$\mathbf{R9: } \neg(P_{1,2} \vee P_{2,1})$$

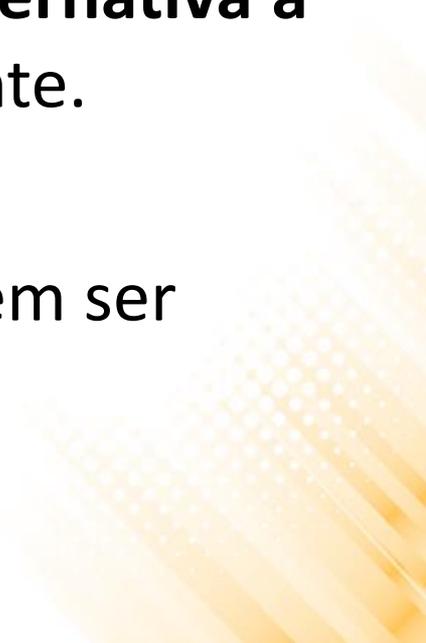
- Regra de Morgan em **R9**:

$$\mathbf{R10: } \neg P_{1,2} \wedge \neg P_{2,1}$$

- Eliminação de “e” em **R10**:  $\neg P_{1,2}$

1,2 OK	2,2 P?	3,2
1,1 V OK	2,1 A B OK	3,1 P?

# Prova Lógica

- A aplicação de uma sequência de regras de inferências para derivar uma conclusão é chamado de **prova lógica**.
  - A aplicação de inferências lógicas é uma **alternativa a enumeração de modelos** vista anteriormente.
  - Como saber quais regras de inferência devem ser utilizadas?
- 

# Limitações da Lógica Proposicional

- A lógica proposicional é **simples de mais** para representar alguns problemas do mundo real.
  - Em problemas complexos pode ser necessário a utilização de um **número muito grande de sentenças** para a criação de um agente realmente inteligente.
- 

# Leitura Complementar

- Russell, S. and Norvig, P. **Artificial Intelligence: a Modern Approach**, 3rd Edition, Prentice-Hall, 2009.
- **Capítulo 7: Logical Agents**

