



# INF 1771 – Inteligência Artificial

## Aula 03 – Resolução de Problemas por Meio de Busca

Edirlei Soares de Lima  
<elima@inf.puc-rio.br>

# Introdução

- **Agentes Autônomos:**

- Entidades autônomas capazes de observar o ambiente e agir de forma autônoma com o objetivo de atingir determinado objetivo.

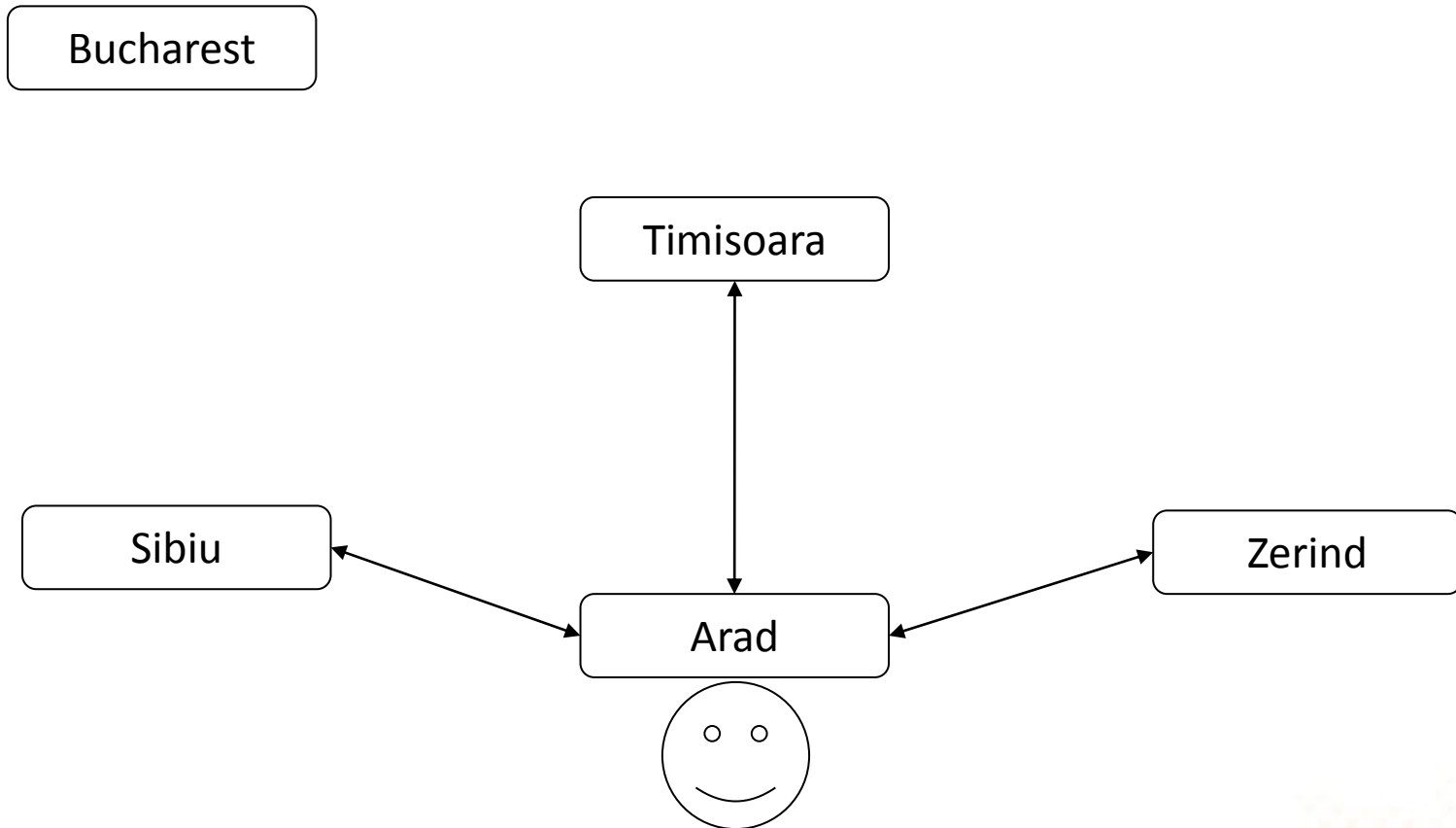
- **Tipos de Agentes:**

- Agentes reativos simples;
- Agentes reativos baseado em modelo;
- Agentes baseados em objetivos;
- Agentes baseados na utilidade;
- Agentes baseados em aprendizado;

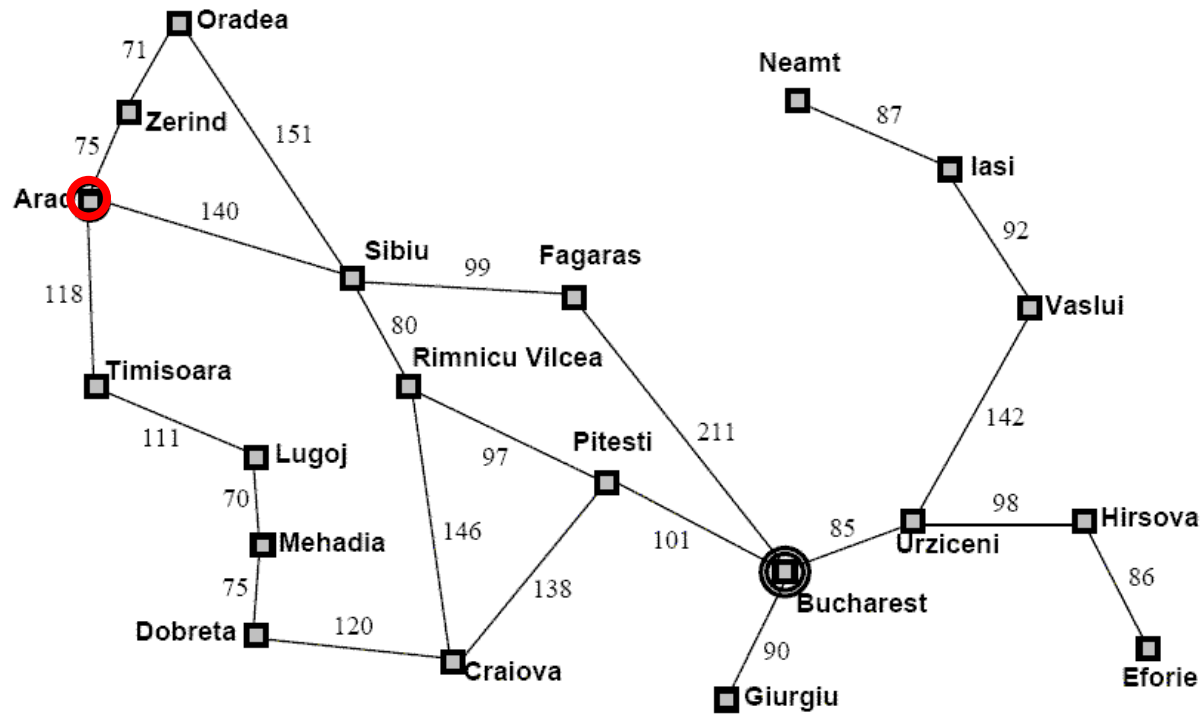
# Problema de Busca

- **Objetivo:** Conjunto de estados que satisfazem o objetivo.
- **Tarefa de Busca:** Encontrar a sequencia de ações que leva do estado atual até um estado objetivo.
- Quais são os estados?
- Quais são as ações?
- Nível de abstração?

# Problema de Busca



# Problema de Busca



# Problema de Busca

- O processo de tentar encontrar uma sequencia de ações que leva de um estado até um estado objetivo é chamado de **busca**.
- Uma vez encontrada a solução, o agente pode **executar** a sequencia de ações para chegar no objetivo.
- Fases:
  - Formular objetivo
  - Buscar objetivo
  - Executar sequencia de ações

# Problema de Busca

```
function SIMPLE-PROBLEM-SOLVING-AGENT(percept) return an action
  static: seq, an action sequence
           state, some description of the current world state
           goal, a goal
           problem, a problem formulation

  state ← UPDATE-STATE(state, percept)
  if seq is empty then
    goal ← FORMULATE-GOAL(state)
    problem ← FORMULATE-PROBLEM(state, goal)
    seq ← SEARCH(problem)
  action ← FIRST(seq)
  seq ← REST(seq)
  return action
```

# Definição do Problema

- A **definição do problema** é a primeira e mais importante etapa do processo de resolução de problemas de inteligência artificial por meio de buscas.
- Consiste em analisar o **espaço de possibilidades** de resolução do problema, encontrar sequências de ações que levem a um objetivo desejado.



# Definição de um Problema

- **Estado Inicial:** Estado inicial do agente.
  - Ex: Em(Arad)
- **Estado Final:** Estado buscado pelo agente.
  - Ex: Em(Bucharest)
- **Ações Possíveis:** Conjunto de ações que o agente pode executar.
  - Ex: Ir(Cidade, PróximaCidade)
- **Espaço de Estados:** Conjunto de estados que podem ser atingidos a partir do estado inicial.
  - Ex: Mapa da Romênia.
- **Custo:** Custo numérico de cada caminho.
  - Ex: Distância em KM entre as cidades.

# Considerações em Relação ao Ambiente

- **Estático:**

- O Ambiente não pode mudar enquanto o agente está realizando a resolução do problema.

- **Observável:**

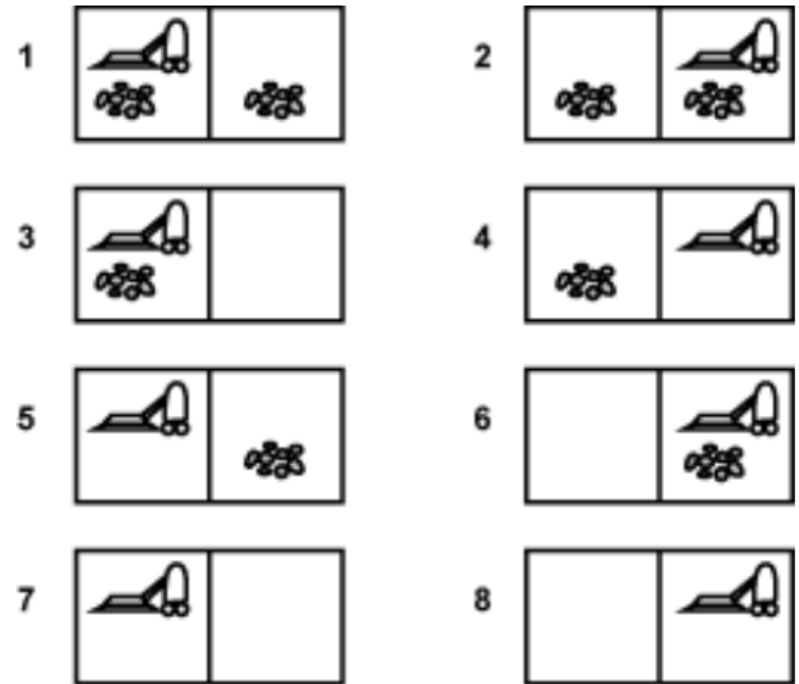
- O estado inicial do ambiente precisa ser conhecido previamente.

- **Determinístico:**

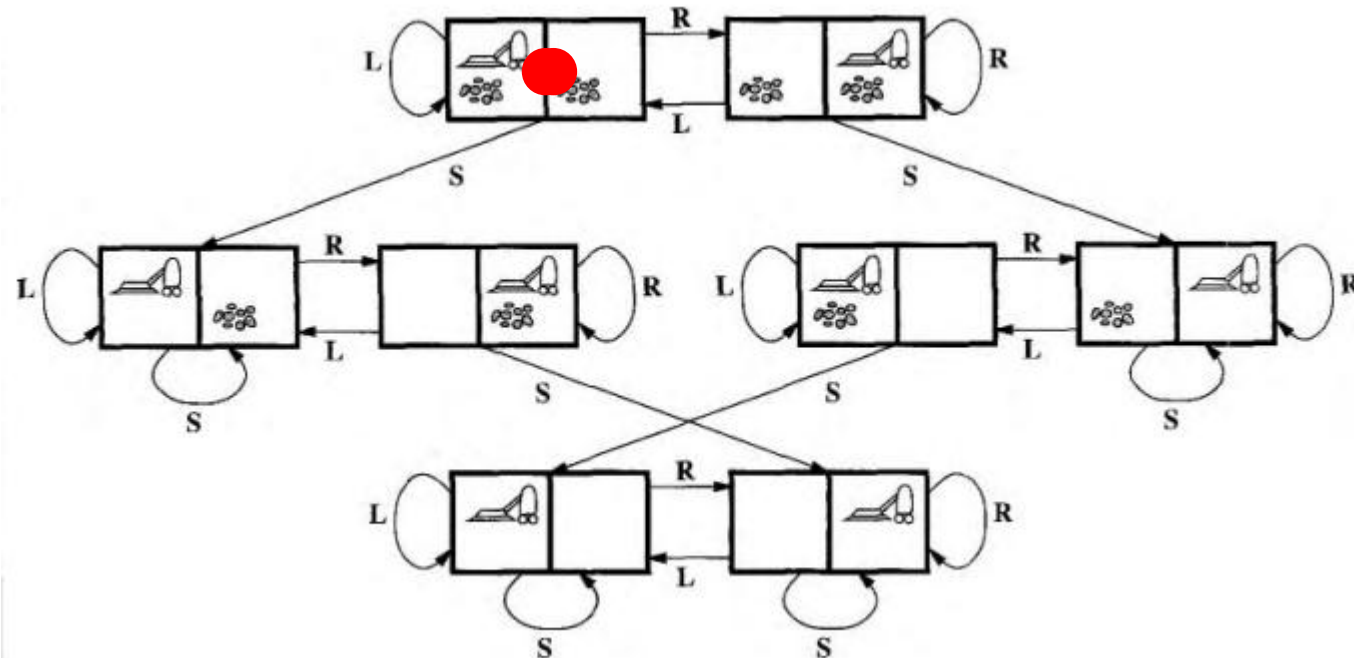
- O próximo estado do agente deve ser determinado pelo estado atual + ação. A execução da ação não pode falhar.

# Exemplo: Aspirador de Pó

- **Espaço de Estados:** 8 estados possíveis (figura ao lado);
- **Estado Inicial:** Qualquer estado;
- **Estado Final:** Estado 7 ou 8 (ambos quadrados limpos);
- **Ações Possíveis:** Mover para direita, mover para esquerda e limpar;
- **Custo:** Cada passo tem o custo 1, assim o custo do caminho é definido pelo número de passos;



# Exemplo: Aspirador de Pó



# Exemplo: 8-Puzzle

- **Espaço de Estados:** 181.440 possíveis estados;
- **Estado Inicial:** Qualquer estado;
- **Estado Final:** Figura ao lado – Goal State;
- **Ações Possíveis:** Mover o quadrado vazio para direita, para esquerda, para cima ou para baixo;
- **Custo:** Cada passo tem o custo 1, assim o custo do caminho é definido pelo número de passos;
- **15-puzzle (4x4)** – 1.3 trilhões estados possíveis.
- **24-puzzle (5x5)** –  $10^{25}$  estados possíveis.

7	2	4
5		6
8	3	1

Start State

	1	2
3	4	5
6	7	8

Goal State

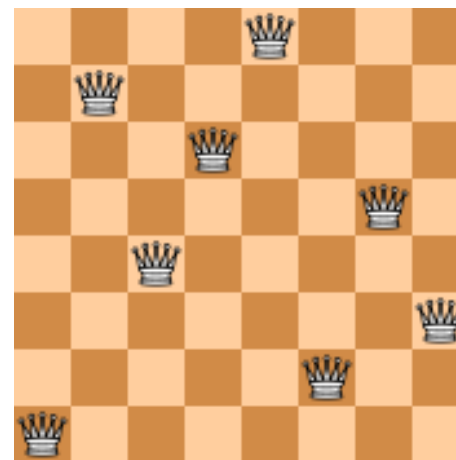
# Exemplo: Xadrez

- **Espaço de Estados:** Aproximadamente  $10^{40}$  possíveis estados (Claude Shannon, 1950);
- **Estado Inicial:** Posição inicial de um jogo de xadrez;
- **Estado Final:** Qualquer estado onde o rei adversário está sendo atacado e o adversário não possui movimentos válidos;
- **Ações Possíveis:** Regras de movimentação de cada peça do xadrez;
- **Custo:** Quantidade de posições examinadas;



# Exemplo: 8 Rainhas (Incremental)

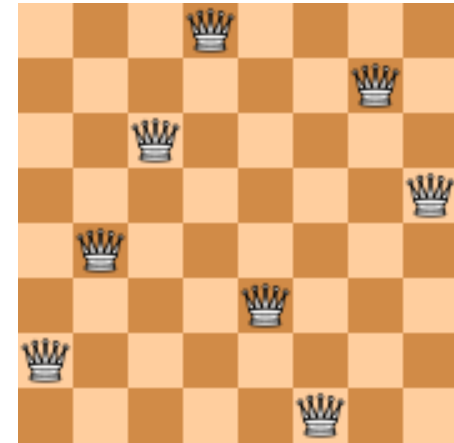
- **Espaço de Estados:** Qualquer disposição de 0 a 8 rainhas no tabuleiro ( $1.8 \times 10^{14}$  possíveis estados);
- **Estado Inicial:** Nenhuma rainha no tabuleiro;
- **Estado Final:** Qualquer estado onde as 8 rainhas estão no tabuleiro e nenhuma está sendo atacada;
- **Ações Possíveis:** Colocar uma rainha em um espaço vazio do tabuleiro;
- **Custo:** Não importa nesse caso;



\* O jogo possui apenas 92 possíveis soluções (considerando diferentes rotações e reflexões). E apenas 12 soluções únicas.

# Exemplo: 8 Rainhas (Estados Completos)

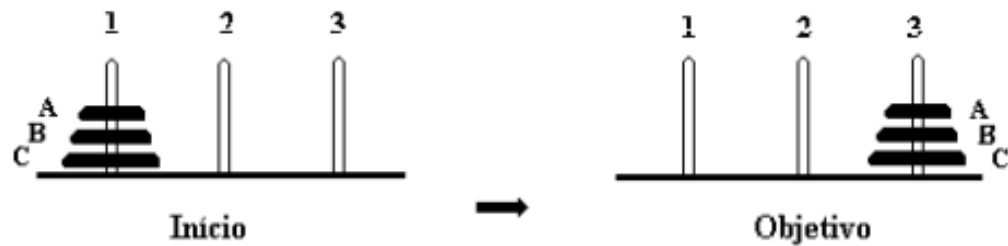
- **Espaço de Estados:** Tabuleiro com  $n$  rainhas, uma por coluna, nas  $n$  colunas mais a esquerda sem que nenhuma rainha ataque outra (2057 possíveis estados);
- **Estado Inicial:** Nenhuma rainha no tabuleiro;
- **Estado Final:** Qualquer estado onde as 8 rainhas estão no tabuleiro e nenhuma está sendo atacada;
- **Ações Possíveis:** Adicionar uma rainha em qualquer casa na coluna vazia mais à esquerda de forma que não possa ser atacada;
- **Custo:** Não importa nesse caso;



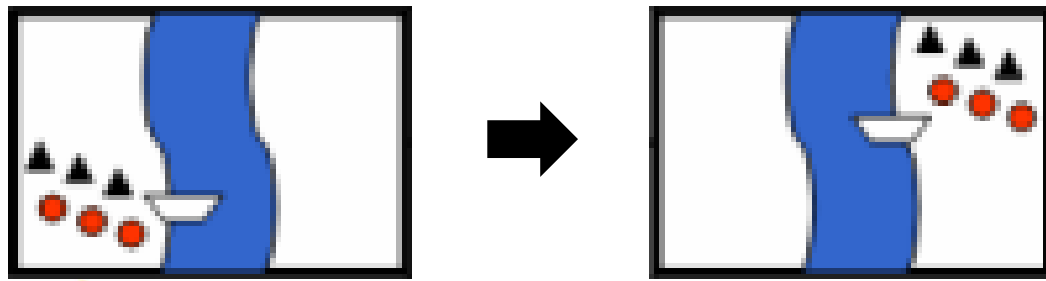


# Exercícios

- Torre de Hanói?



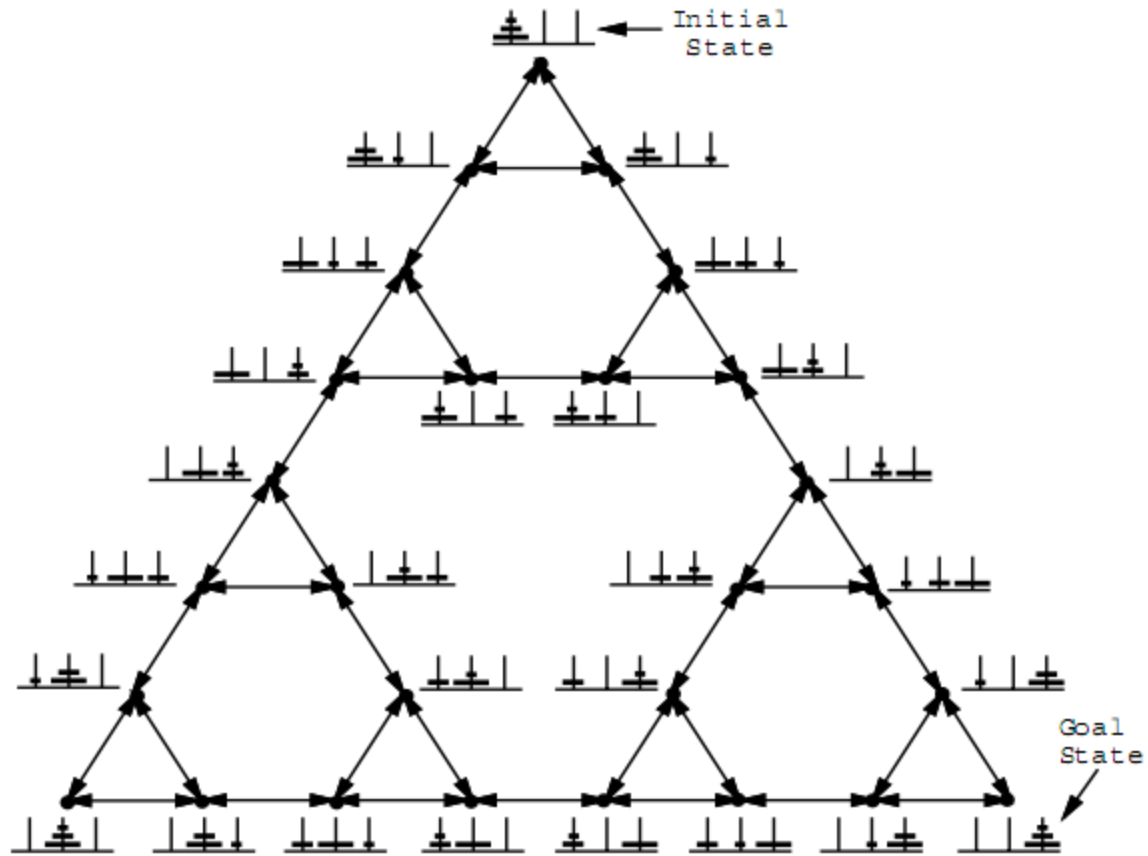
- Canibais e Missionários?



# Exercícios

- Torre de Hanói:
  - **Espaço de Estados:** Todas as possíveis configurações de argolas em todos os pinos (27 possíveis estados).
  - **Ações Possíveis:** Mover a primeira argola de qualquer pino para o pino da direita ou da esquerda.
  - **Custo:** Cada movimento tem 1 de custo.

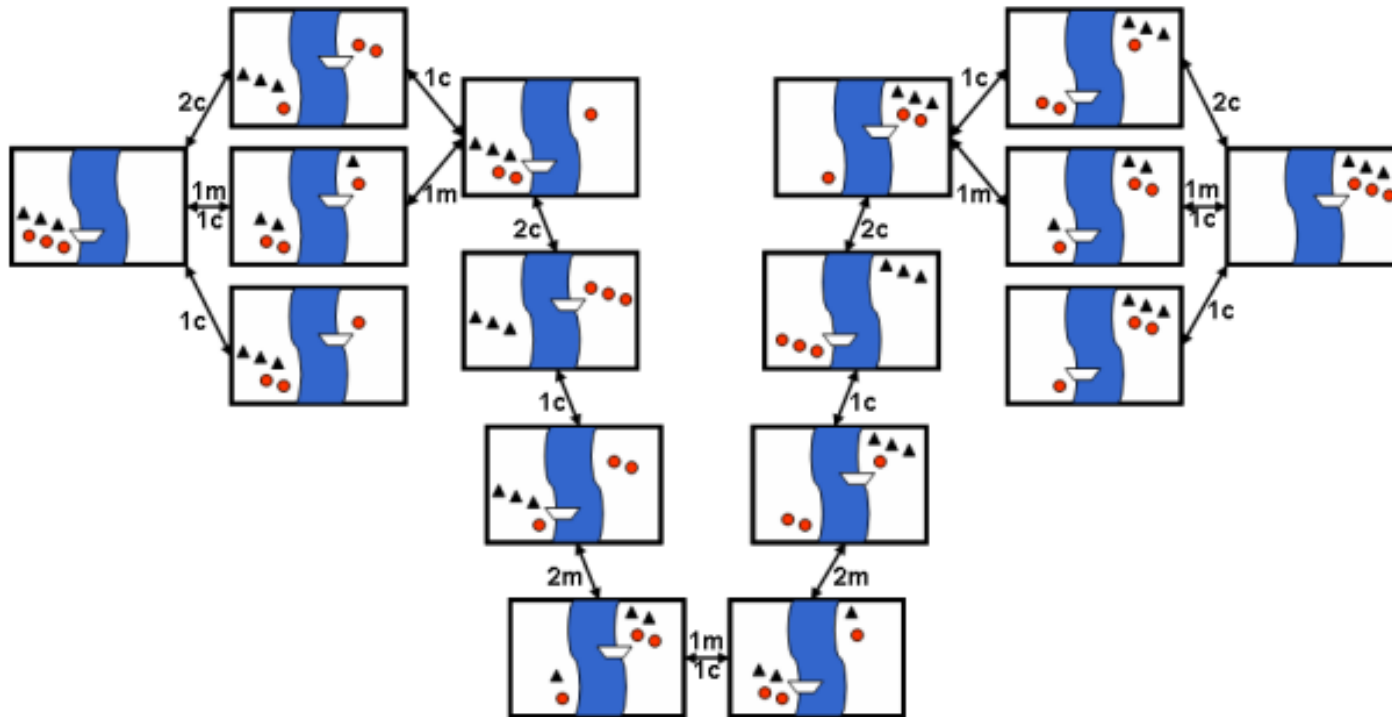
# Exercícios



# Exercícios

- Canibais e Missionários:
  - **Espaço de Estados:** Todas as possíveis configurações validas de canibais e missionários em cada lado do rio (16 possíveis estados).
  - **Ações Possíveis:** Mover 1 ou 2 personagens (canibais ou missionários) para o outro lado do rio. O número de canibais em um determinado lado do rio não pode ser maior do que o número de missionários.
  - **Custo:** Cada movimento tem 1 de custo.

# Exercícios



# Aplicações em Problemas Reais

- **Cálculo de Rotas:**

- Planejamento de rotas de aviões;
- Sistemas de planejamento de viagens;
- Caixeiro viajante;
- Rotas em redes de computadores;
- Jogos de computadores (rotas dos personagens);

- **Alocação**

- Salas de aula;
- Máquinas industriais;

# Aplicações em Problemas Reais

- **Circuitos Eletrônicos:**
  - Posicionamento de componentes;
  - Rotas de circuitos;
- **Robótica:**
  - Navegação e busca de rotas em ambientes reais;
  - Montagem de objetos por robôs;

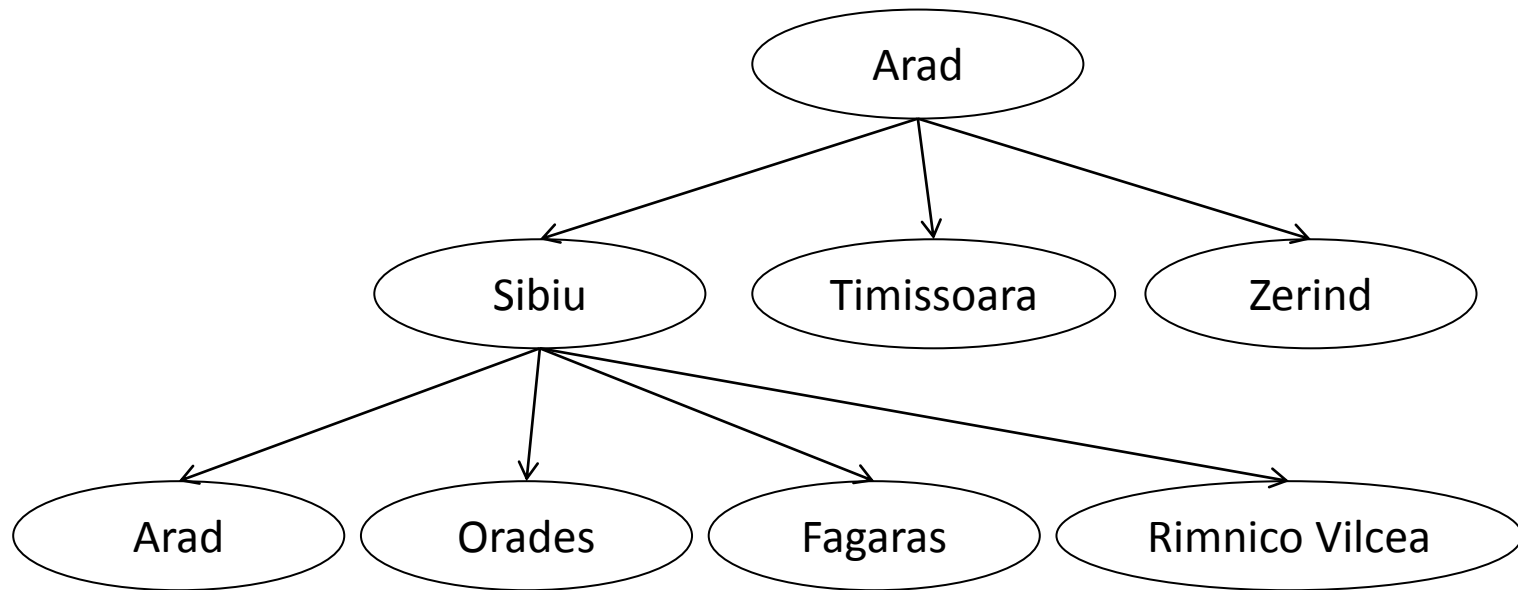
# Como Encontrar a Solução?

- Uma vez o problema bem formulado, o estado final (objetivo) deve ser “**buscado**” no espaço de estados.
- A busca é representada em uma **árvore de busca**:
  - Raiz: corresponde ao estado inicial;
  - Expande-se o estado corrente, gerando um novo conjunto de sucessores;
  - Escolhe-se o próximo estado a expandir seguindo uma **estratégia de busca**;
  - Prossegue-se até chegar ao estado final (solução) ou falhar na busca pela solução;



# Buscando Soluções

- **Exemplo: Ir de Arad para Bucharest**

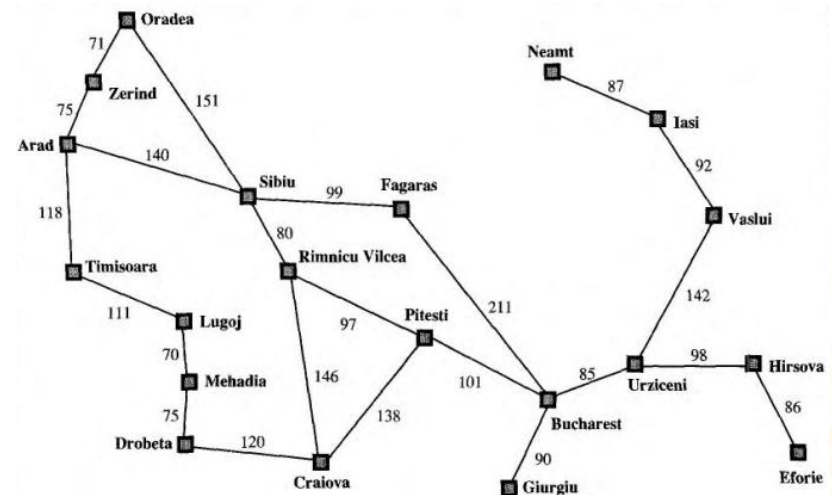


# Buscando Soluções

- O espaço de estados é **diferente** da árvore de buscas.

- **Exemplo:**

- 20 estados no espaço de estados;
- Número de caminhos infinito;
- Árvore com infinitos nós;



# Código Descritivo – Busca em Árvore

**Função** BuscaEmArvore(*Problema*, *Estratégia*) **retorna** solução ou falha

**Início**

Inicializa a arvore usando o estado inicial do *Problema*

**loop do**

**se** não existem candidatos para serem expandidos **então**

**retorna** falha

Escolhe um nó folha para ser expandido de acordo com a *Estratégia*

**se** Se o nó possuir o estado final **então**

**retorna** solução correspondente

**se não**

expande o nó e adiciona os nós resultantes a arvore de busca

**Fim**

# Pseudocódigo – Busca em Árvore

**Função** BuscaEmArvore(*Problema*, *fronteira*) **retorna** solução ou falha

**Início**

*fronteira* ← InereNaFila(FazNó(*Problema*[EstadoInicial]), *fronteira*)

**loop do**

**se** FilaVazia(*fronteira*) **então**

**retorna** falha

*nó* ← RemovePrimeiro(*fronteira*)

**se** *nó*[Estado] for igual a *Problema*[EstadoFinal] **então**

**retorna** Solução(*nó*)

*fronteira* ← InereNaFila(Expandefronteira(*nó*, *Problema*), *fronteira*)

**Fim**

- A função **Solução** retorna a sequência de nós necessários para retornar a raiz da árvore.
- Considera-se *fronteira* uma estrutura do tipo fila.

# Medida de Desempenho

- **Desempenho do Algoritmo:**
  - (1) O algoritmo encontrou alguma solução?
  - (2) É uma boa solução?
    - Custo de caminho (qualidade da solução).
  - (3) É uma solução computacionalmente barata?
    - Custo da busca (tempo e memória).
- **Custo Total**
  - Custo do Caminho + Custo de Busca.

# Métodos de Busca

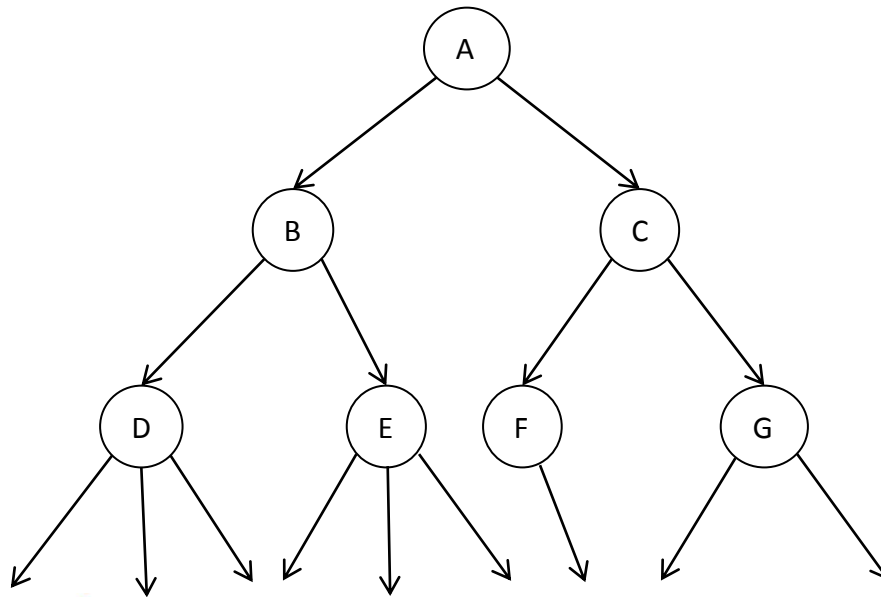
- **Busca Cega ou Exaustiva:**
  - Não sabe qual o melhor nó da fronteira a ser expandido. Apenas distingue o estado objetivo dos não objetivos.
- **Busca Heurística:**
  - Estima qual o melhor nó da fronteira a ser expandido com base em funções heurísticas.
- **Busca Local:**
  - Operam em um único estado e movem-se para a vizinhança deste estado.

# Busca Cega

- **Algoritmos de Busca Cega:**
  - Busca em largura;
  - Busca de custo uniforme;
  - Busca em profundidade;
  - Busca com aprofundamento iterativo;

# Busca em Largura

- **Estratégia:**
  - O nó raiz é expandido, em seguida todos os nós sucessores são expandidos, então todos próximos nós sucessores são expandidos, e assim em diante.





# Busca em Largura

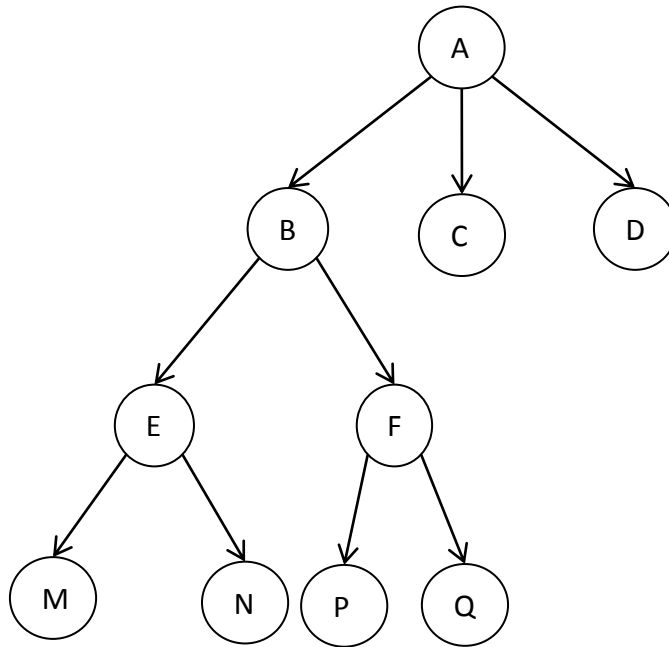
- Pode ser implementado com base no pseudocódigo da função “BuscaEmArvore” apresentado anteriormente. Utiliza-se uma estrutura de fila (first-in-first-out) para armazenar os nós das fronteiras.
- **Complexidade:**  $O(b^{d+1})$

Profundidade ( $d$ )	Nós	Tempo	Memória
2	1100	0.11 ms	107 KB
4	111,100	11 ms	10.6 MB
6	$10^7$	1.1 seg	1 GB
8	$10^9$	2 min	103 GB
10	$10^{11}$	3 horas	10 TB
12	$10^{13}$	13 dias	1 PB
14	$10^{15}$	3.5 anos	99 PB

\* Considerando o número de folhas  $b = 10$  e cada nó ocupando 1KB de memória.

# Busca em Profundidade

- **Estratégia:**
  - Expande os nós da vizinhança até o nó mais profundo.



# Busca em Profundidade

- Pode ser implementado com base no pseudocódigo da função “BuscaEmArvore” apresentado anteriormente. Utiliza-se uma estrutura de pilha (last-in-first-out) para armazenar os nós das fronteiras.
- Pode também ser implementado de forma recursiva.
- **Consome pouca memória**, apenas o caminho de nós sendo analisados precisa armazenado. Caminhos que já foram explorados podem ser descartados da memória.

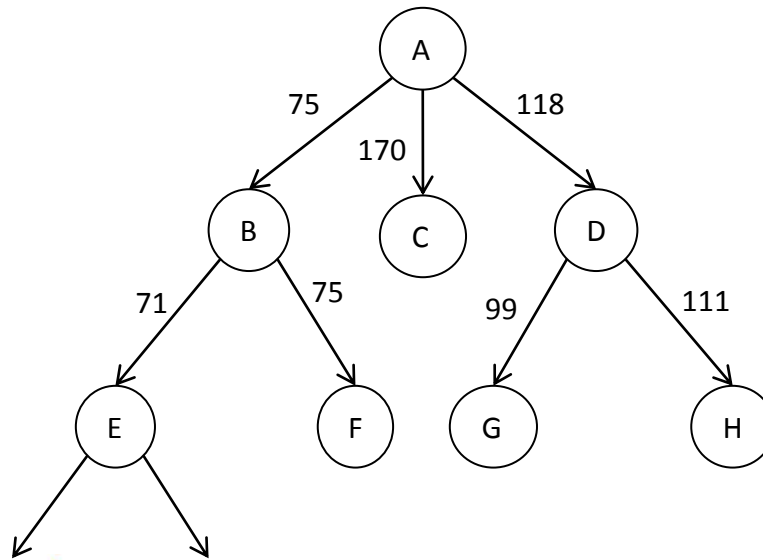
# Busca em Profundidade

- Uso de memória pela **busca em largura** em uma árvore com 12 de profundidade: 1000 TB.
- Uso de memória pela **busca em profundidade** em uma árvore com 12 de profundidade: 118 KB.
- **Problema:** O algoritmo pode fazer uma busca muito longa mesmo quando a resposta do problema esta localizado a poucos nós da raiz da árvore.

# Busca de Custo Uniforme

- **Estratégia:**

- Expande sempre o nó de menor custo de caminho. Se o custo de todos os passos for o mesmo, o algoritmo acaba sendo o mesmo que a busca em largura.

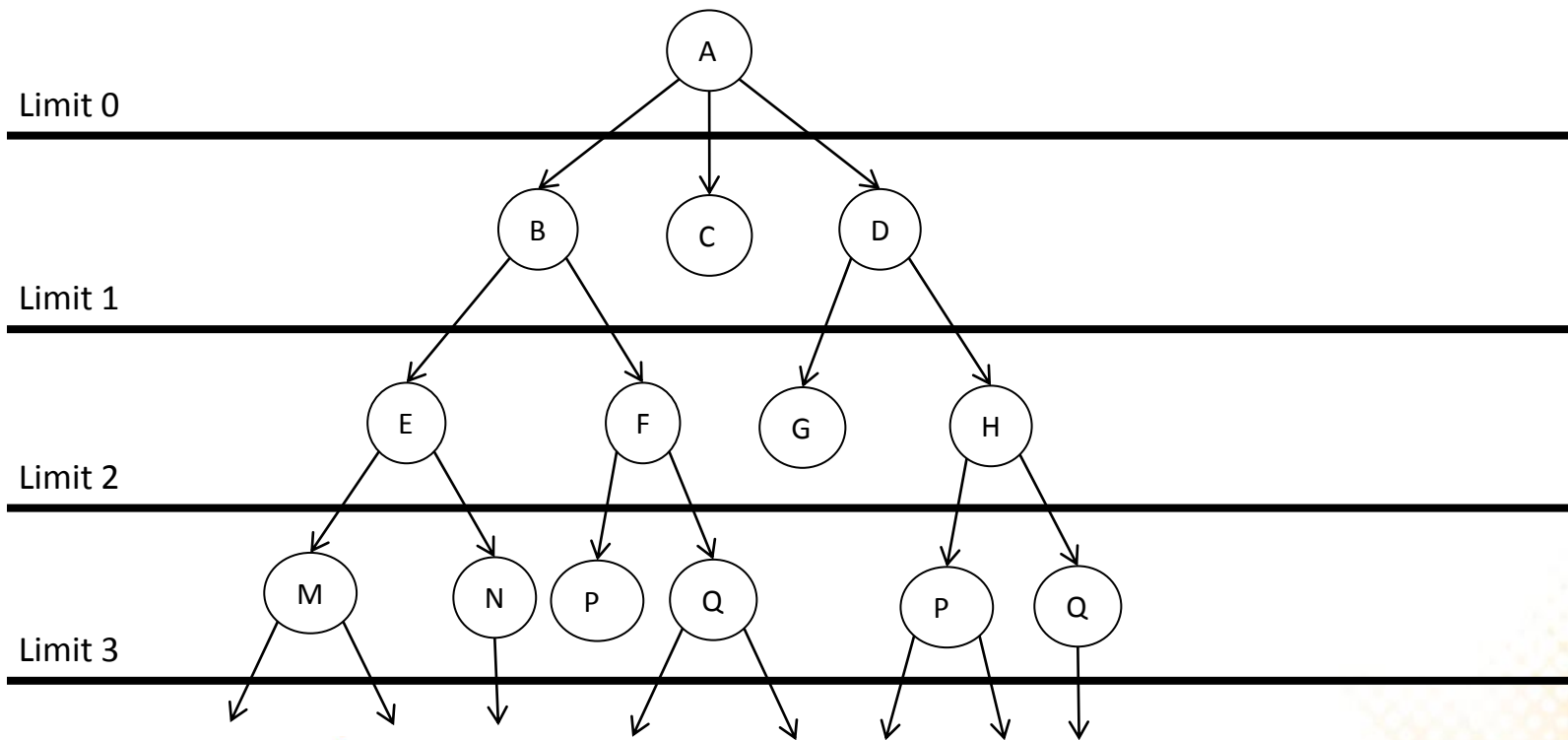


# Busca de Custo Uniforme

- A primeira solução encontrada é a **solução ótima** se custo do caminho sempre aumentar ao longo do caminho, ou seja, não existirem operadores com custo negativo.
- Implementação semelhante a busca em largura. Adiciona-se uma **condição de seleção** dos nós a serem expandidos.
- **Complexidade:**  $O(b^{1+(C/a)})$ 
  - Onde:
    - $C$  = custo da solução ótima;
    - $a$  = custo mínimo de uma ação;

# Busca com Aprofundamento Iterativo

- **Estratégia:** Consiste em uma busca em profundidade onde o limite de profundidade é incrementado gradualmente.



# Busca com Aprofundamento Iterativo

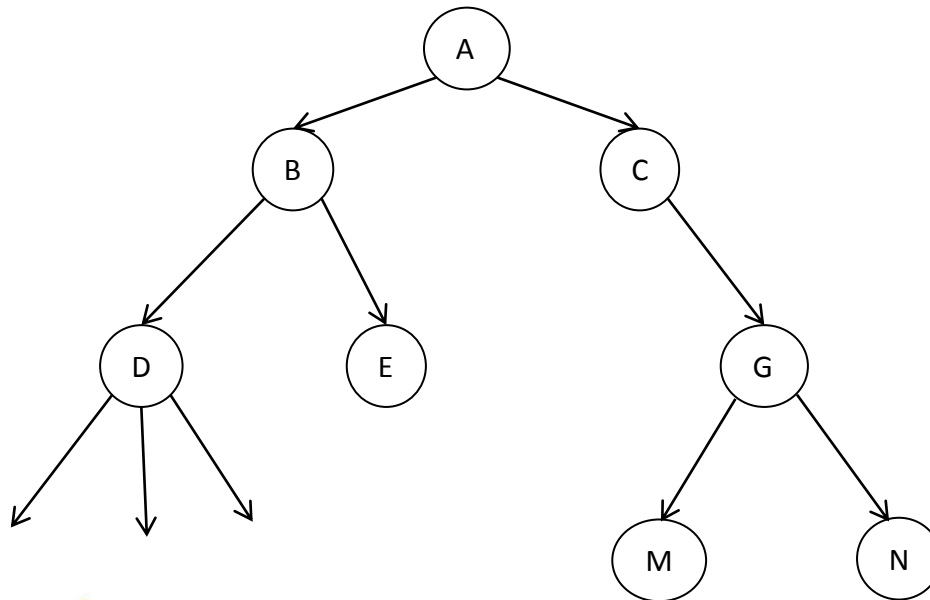
- Combina os benefícios da busca em largura com os benefícios da busca em profundidade.
- Evita o problema de caminhos muito longos ou infinitos.
- A repetição da expansão de estados não é tão ruim, pois a maior parte dos estados está nos níveis mais baixos.
- Cria menos estados que a busca em largura e consome menos memória.



# Busca Bidirecional

- **Estratégia:**

- A busca se inicia ao mesmo tempo a partir do estado inicial e do estado final.



# Comparação dos Métodos de Busca Cega

Critério	Largura	Uniforme	Profundidade	Aprofundamento Iterativo	Bidirecional
Completo?	Sim <sup>1</sup>	Sim <sup>1,2</sup>	Não	Sim <sup>1</sup>	Sim <sup>1, 4</sup>
Ótimo?	Sim <sup>3</sup>	Sim	Não	Sim <sup>3</sup>	Sim <sup>3, 4</sup>
Tempo	$O(b^{d+1})$	$O(b^{1+(C/\alpha)})$	$O(b^m)$	$O(b^d)$	$O(b^{d/2})$
Espaço	$O(b^{d+1})$	$O(b^{1+(C/\alpha)})$	$O(bm)$	$O(bd)$	$O(b^{d/2})$

$b$  = fator de folhas por nó.

$d$  = profundidade da solução mais profunda.

$m$  = profundidade máxima da árvore.

<sup>1</sup> completo se  $b$  for finito.

<sup>2</sup> completo se o custo de todos os passos for positivo.

<sup>3</sup> ótimo se o custo de todos os passos for idêntico.

<sup>4</sup> se ambas as direções usarem busca em largura.

# Como evitar estados repetidos?

- Estados repetidos sempre vão ocorrer em problema onde os estados são reversíveis.
- Como evitar?
  - Não retornar ao estado “pai”.
  - Não retorna a um ancestral.
  - Não gerar qualquer estado que já tenha sido criado antes (em qualquer ramo).
    - Requer que todos os estados gerados permaneçam na memória.

# Busca com Informação Parcial

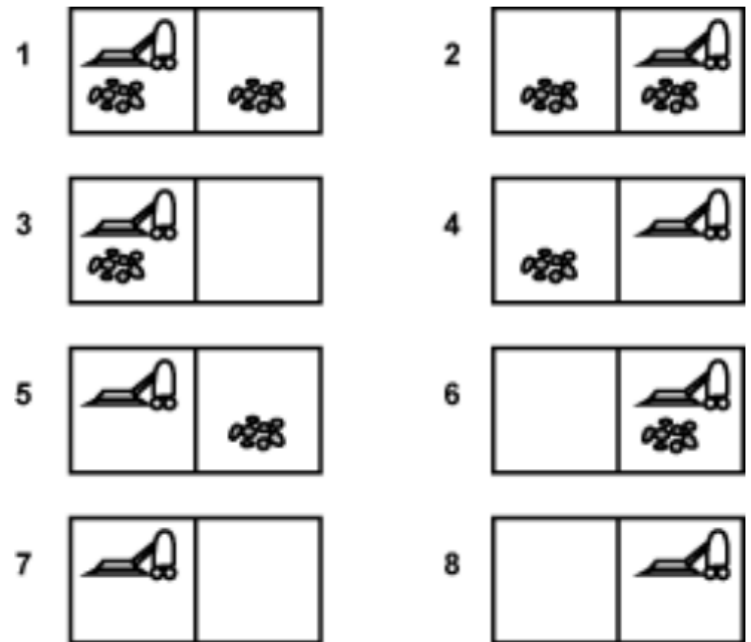
- Anteriormente supomos que o ambiente era estático, completamente observável e determinístico.
- O que fazer se o conhecimento sobre os estados ou ações é incompleto?

# Busca com Informação Parcial

- **Agente sem sensores:** em alguns casos o agente não tem nenhum sensor para saber em qual estado ele está.
  - Podendo estar em um de vários possíveis estados.
  - Cada ação pode levar o agente para um de vários possíveis estados sucessores.
- **Exemplo:** Aspirador de pó sem sensores.

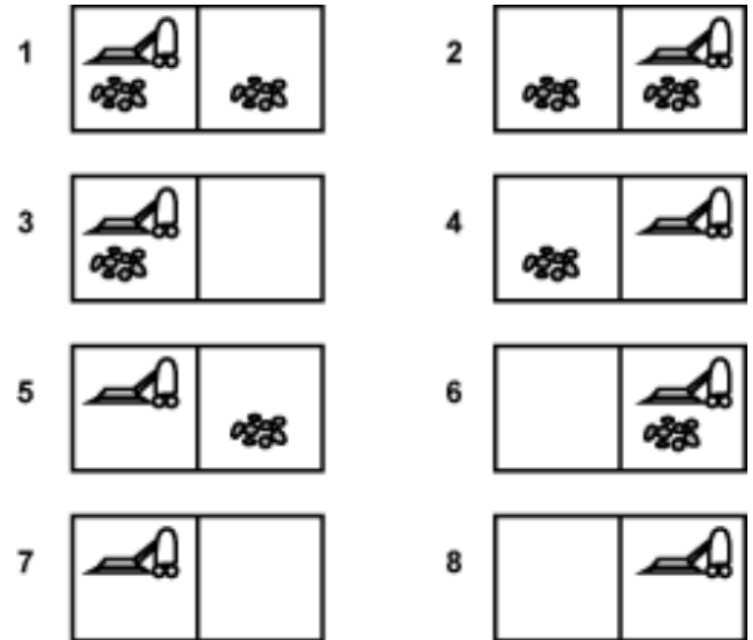
# Busca com Informação Parcial

- O **estado inicial** é um dos possíveis estados {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}.
- Executar a ação **MoverDireita** sempre vai levar o agente para um dos estados {2, 4, 6, 8}.
- A sequencia de ações [**MoverDireita**, **Limpar**] sempre vai levar o agente para um dos estados {4, 8}.
- A sequencia de ações [**MoverDireita**, **Limpar**, **MoverEsquerda**, **Limpar**] sempre vai levar o agente para o estado 7.



# Busca com Informação Parcial

- O agente consegue atingir o estado objetivo sem saber onde ele começou.
- O agente deve raciocinar sobre o conjunto de estados que ele pode estar em vez de um único estado.
- Estados de crença.
- A busca é realizada no espaço de estados de crença.



# Leitura Complementar

- Russell, S. and Novig, P. **Artificial Intelligence: a Modern Approach**, 2nd Edition, Prentice-Hall, 2003.
- **Capítulo 3: Solving Problems by Searching**

