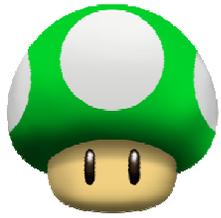


# INF 1771 – Inteligência Artificial

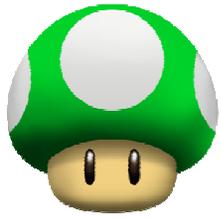
## Aula 07 – Lógica de Primeira Ordem

Edirlei Soares de Lima  
<elima@inf.puc-rio.br>



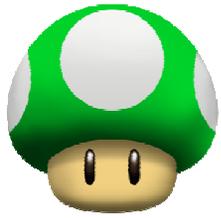
# Problemas da Lógica Proposicional

- ❏ Muito simples para representar o conhecimento de ambientes complexos de uma forma concisa.
- ❏ Falta de capacidade de expressão para descrever um ambiente com muitos objetos.
- ❏ Exemplo em linguagem natural:
  - ❏ “quadrados adjacentes a poços possuem brisa”
- ❏ Em lógica proposicional:
  - ❏  $B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$  - (Seria necessário declarar todas as salas!)



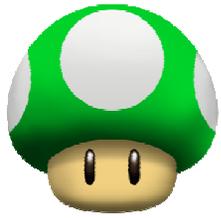
# Linguagem Natural

- ❏ **Objetos:** pessoas, casas, números, cores, jogos, séculos...
  
- ❏ **Relações:**
  - ❏ Unárias: propriedades de um objeto. Ex: vermelho, redondo, falso
  - ❏ n-árias: relacionam grupos de objetos. Ex: irmão de, maior que, interior a, parte de...
  - ❏ Funções: um objeto está relacionado a exatamente um objeto. Ex: pai de, melhor amigo de, terceiro turno de, uma unidade maior que...
  
- ❏ Linguagem da **lógica de primeira ordem** é elaborada em torno de objetos e relações.



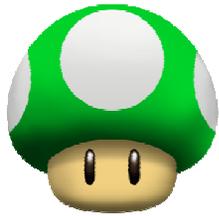
# Lógica de Primeira Ordem

- Principal diferença entre lógica proposicional e a lógica de primeira ordem é o **compromisso ontológico**, ou seja, o que cada linguagem pressupõe sobre a natureza da realidade:
  - Lógica Proposicional:** pressupõe que existem fatos que são válidos ou não-válidos no mundo.
  - Lógica de Primeira Ordem:** pressupõe que o mundo consiste em objetos com certas relações entre eles que são válidas ou não-válidas.



## Modelos em Lógica de Primeira Ordem

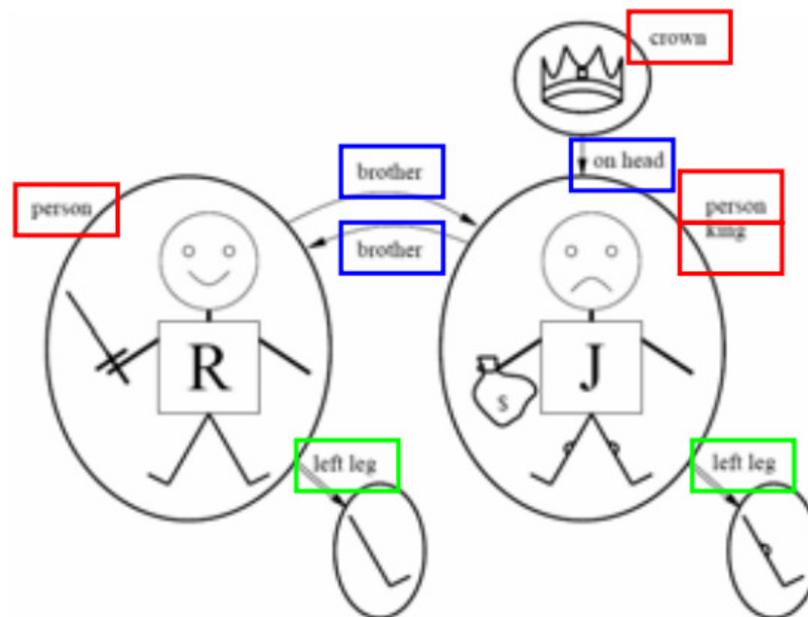
- ❏ Modelos de uma linguagem lógica são estruturas formais que constituem os **mundos possíveis** em consideração.
- ❏ **Lógica Proposicional:** conjuntos de valores-verdade para os símbolos de proposições.
- ❏ **Lógica de Primeira Ordem:** Contém objetos.

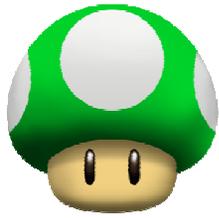


# Modelo em Lógica de Primeira Ordem

- Exemplo: Ricardo Coração de Leão, rei da Inglaterra de 1189 a 1199 e seu irmão mais jovem, o perverso rei João, que governou de 1199 a 1215:

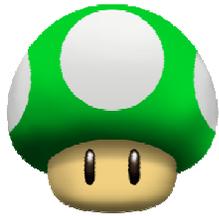
- Relações unárias (propriedades)
- Relações binárias (pares de objetos)
- Funções (objeto relacionado a exatamente um objeto)





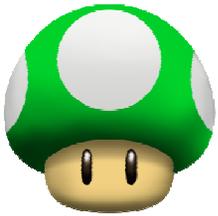
# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- ❏ **Símbolos** - Começam com letras maiúsculas e podem ser de três tipos:
  - ❏ **Símbolos de constantes:** Representam objetos.  
Exemplo: Ricardo e João
  - ❏ **Símbolos de predicados:** Representam relações.  
Exemplo: Irmão, NaCabeça, Pessoa
  - ❏ **Símbolos de funções:** Representam funções.  
Exemplo: PernaEsquerda



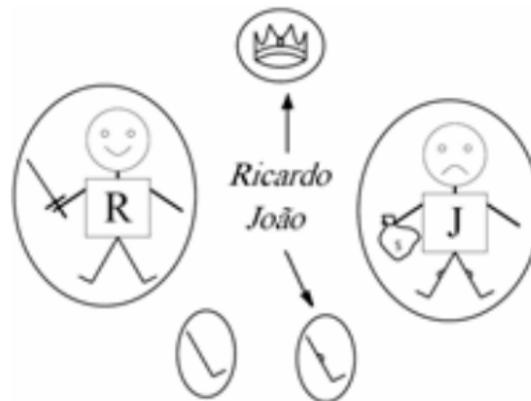
# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- ❏ **Interpretação** - Especifica quais objetos, relações e funções são referidos pelos símbolos de constantes, predicados e funções:
  
- ❏ Interpretação pretendida:
  - ❏ Ricardo se refere a "Ricardo Coração de Leão"
  - ❏ João se refere ao "perverso rei João"
  - ❏ Irmão se refere à "relação de fraternidade", ou seja o conjunto de tuplas de objetos já discutido
  - ❏ NaCabeça se refere à relação "na cabeça" que é válida entre a coroa e o rei João
  - ❏ Pessoa, Rei e Coroa se referem aos conjuntos de objetos que são pessoas, reis e coroas
  - ❏ PernaEsquerda se refere à função "perna esquerda".

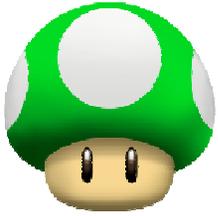


# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- Se existem 5 objetos, existem 25 interpretações para os símbolos Ricardo e João.



- Número de modelos pode ser ilimitado (pode incluir, por exemplo os números reais). Logo, o número de modelos possível é ilimitado.
- Verificar consequência lógica pela enumeração de todos os modelos não é uma opção.**



# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

Sentença  $\rightarrow$  SentençaAtômica

| (Sentença Conectivo Sentença)

| Quantificador Variável, ...Sentença

|  $\neg$ Sentença

SentençaAtômica  $\rightarrow$  Predicado(Termo,...) | Termo=Termo

Termo  $\rightarrow$  Função (Termo,...)

| Constante

| Variável

Conectivo  $\rightarrow \Rightarrow$  |  $\wedge$  |  $\vee$  |  $\Leftrightarrow$

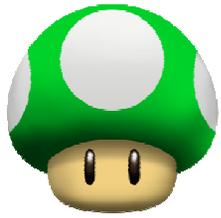
Quantificador  $\rightarrow \forall$  |  $\exists$

Constante  $\rightarrow A$  | X1 | João | ...

Variável  $\rightarrow a$  | x | s | ...

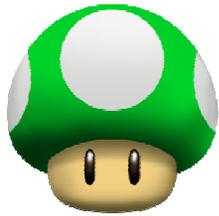
Predicado  $\rightarrow$  Antes | TemCor | Chovendo | ...

Função  $\rightarrow$  Mãe | PernaEsquerda | ...



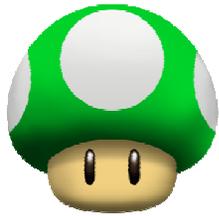
# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- ❏ **Sentenças atômicas** são formadas a partir de um símbolo de predicado seguido por uma lista de termos entre parênteses. Exemplos:
  - ❏ Irmão(Ricardo, João)
  - ❏ Casados(Pai(Ricardo), Mãe(João))
- ❏ Uma sentença atômica é verdadeira em um modelo, sob uma dada interpretação, se a relação referida pelo símbolo de predicado é válida entre os objetos referidos pelos argumentos.



# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- ❏ **Sentenças complexas** podem ser formadas pelo uso de conectivos lógicos, da mesma maneira que na lógica proposicional.
- ❏ Exemplos:
  - ❏  $\neg \text{Irmão}(\text{PernaEsquerda}(\text{Ricardo}), \text{João})$
  - ❏  $\text{Irmão}(\text{Ricardo}, \text{João}) \wedge \text{Irmão}(\text{João}, \text{Ricardo})$
  - ❏  $\text{Rei}(\text{Ricardo}) \vee \text{Rei}(\text{João})$
  - ❏  $\neg \text{Rei}(\text{Ricardo}) \Rightarrow \text{Rei}(\text{João})$



# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- Quantificadores ( $\forall$ ,  $\exists$ ) são utilizados para expressar propriedades de coleções inteiras de objetos.
- Quantificador Universal ( $\forall$ ):** “Para todo...”  $\forall x P$ , onde  $P$  é qualquer expressão lógica, afirma que  $P$  é verdadeira para todo objeto  $x$ .

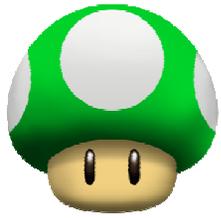
Exemplo:

$$\forall x \text{ Rei}(x) \Rightarrow \text{Pessoa}(x)$$

- Quantificador Existencial ( $\exists$ ):** “Para algum...”  $\exists x P$  afirma que  $P$  é verdadeira para pelo menos um  $x$ .

Exemplo:

$$\exists x \text{ Rei}(x)$$



# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

Quantificadores aninhados são usados em sentenças complexas compostas.

Exemplos:

$\forall x \forall y \text{ Irmão}(x,y) \Rightarrow \text{Parente}(x,y)$

“Irmãos são parentes”

$\forall x,y \text{ Parente}(x,y) \Leftrightarrow \text{Parente}(y,x)$

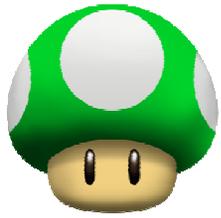
“Parente é uma relação simétrica”

$\forall x \exists y \text{ Ama}(x,y)$

“Todo mundo ama alguém”

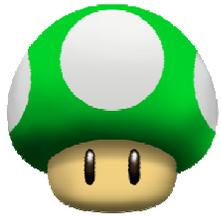
$\exists y \forall x \text{ Ama}(x,y)$

“Existe alguém que é amado por todo mundo”



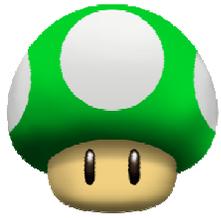
# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- Os quantificadores ( $\forall$ ,  $\exists$ ) estão **conectados** um ao outro por meio de negação.
- Exemplos:
  - $\forall x \neg \text{Gosta}(x, \text{Cenouras}) \equiv \neg \exists x \text{Gosta}(x, \text{Cenouras})$   
"todo mundo detesta cenouras"  $\equiv$  "não existe alguém que goste de cenouras"
  - $\forall x \text{Gosta}(x, \text{Sorvete}) \equiv \neg \exists x \neg \text{Gosta}(x, \text{Sorvete})$   
"todo mundo gosta de sorvete"  $\equiv$  "não existe alguém que não goste de sorvete"



# Sintaxe da Lógica de Primeira Ordem

- ❏ Em lógica de primeira ordem pode-se usar o símbolo de **igualdade** para fazer declarações afirmando que dois termos se referem ao mesmo objeto.
- ❏ Exemplo:
  - ❏  $\text{Pai}(\text{João}) = \text{Henrique}$



## Utilização da Lógica de Primeira Ordem

### 💡 Asserções:

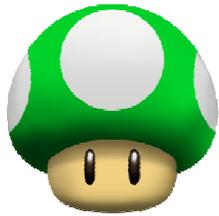
💡 TELL(BC, Rei(João))

💡 TELL(BC,  $\forall x \text{ Rei}(x) \Rightarrow \text{Pessoa}(x)$ )

### 💡 Consultas:

💡 ASK(BC, Rei(João)) retorna verdadeiro

💡 ASK(BC,  $\exists x \text{ Pessoa}(x)$ ) retorna {x/João}



# Exemplo – Parentesco

📌 **Objetivo:**

Determinar o parentesco de grupos de pessoas.

📌 **Fatos:**

“Elizabeth é a mãe de Charles”, “Charles é o pai de William”

📌 **Regras:**

“a avó de uma pessoa é a mãe do pai de uma pessoa”

📌 **Objetos:**

Pessoas

📌 **Predicados unários:**

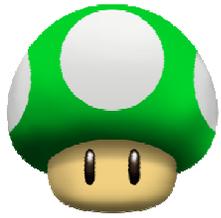
Masculino e Feminino

📌 **Predicados binários (relações de parentesco):**

Ancestral, Parente, Irmão, ...

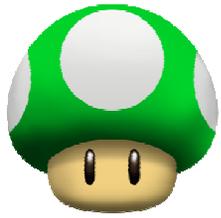
📌 **Funções:**

Mãe e Pai (cada pessoa tem apenas um de cada)



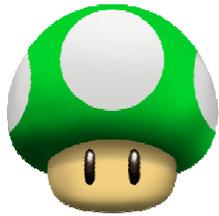
# Exemplo – Parentesco

- ❏ A mãe de alguém é o ancestral feminino de alguém
  - ❏  $\forall m, c \text{ Mãe}(c)=m \Leftrightarrow \text{Feminino}(m) \wedge \text{Ancestral}(m, c)$
- ❏ O marido de alguém é o cônjuge masculino de alguém
  - ❏  $\forall w, h \text{ Marido}(h, w) \Leftrightarrow \text{Masculino}(h) \wedge \text{Cônjuje}(h, w)$
- ❏ Masculino e feminino são categorias disjuntas
  - ❏  $\forall x \text{ Masculino}(x) \Leftrightarrow \neg \text{Feminino}(x)$



# Exemplo – Parentesco

- ▣ Ancestral e descendente são relações inversas
  - ▣  $\forall p, c \text{ Ancestral}(p, c) \Leftrightarrow \text{Descendente}(c, p)$
- ▣ Avô é um pai do pai de alguém
  - ▣  $\forall g, c \text{ Avô}(g, c) \Leftrightarrow \exists p \text{ Pai}(g, p) \wedge \text{Pai}(p, c)$
- ▣ Um parente é outro descendente dos ancestrais de alguém
  - ▣  $\forall x, y \text{ Parente}(x, y) \Leftrightarrow x \neq y \wedge \exists p \text{ Ancestral}(p, x) \wedge \text{Ancestral}(p, y)$



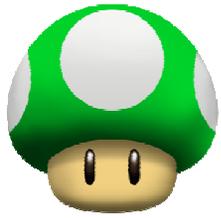
# Exemplo – Wumpus

## ❏ **Estrutura da Base de Conhecimento:**

- ❏ São armazenadas as setenças representando as percepções do agente e a hora em que elas ocorreram.
- ❏ Fedor, Brisa e Resplendor são constantes inseridas em uma lista.
  - ❏ Exemplo: Percepção ([Fedor, Brisa, Resplendor, Nenhum, Nenhum], 5)
- ❏ Ações:
  - ❏ Virar(Direita), Virar(Esquerda), Avançar, Atirar, Agarrar, Soltar.

## ❏ **Consultas:**

- ❏  $\exists x$  MelhorAção(x,5)
- ❏ ASK deve retornar uma lista de vinculação como {a/Agarrar}



# Exemplo – Wumpus

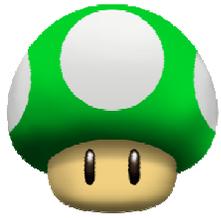
- Os dados brutos da percepção implicam certos fatos sobre o estado atual.

Exemplos:

- $\forall t, s, g, m, c$  Percepção([s,Brisa,g,m,c],t)  $\Rightarrow$  Brisa(t)
  - $\forall t, s, b, m, c$  Percepção([s,b,Resplendor,m,c],t)  $\Rightarrow$  Resplendor(t)
- Comportamentos simples podem ser implementados por sentenças de implicação quantificadas.

Exemplo:

- $\forall t$  Resplendor(t)  $\Rightarrow$  MelhorAção(Agarrar,t)



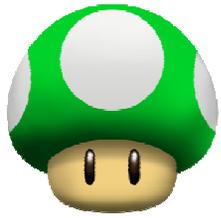
# Exemplo – Wumpus

▣ Adjacência de dois quadrados:

▣  $\forall x,y,a,b$  Adjacente( $[x,y],[a,b]$ )  $\Leftrightarrow [a,b] \in \{[x+1,y], [x-1,y], [x,y+1], [x,y-1]\}$

▣ Se o agente estiver em um quadrado e perceber uma brisa, então esse quadrado é arejado:

▣  $\forall s,t$  Em(Agente, $s,t$ )  $\wedge$  Brisa( $t$ )  $\Rightarrow$  Arejado( $s$ )



# Exemplo – Wumpus

❏ Regras de diagnóstico: algumas causas ocultas do ambiente conduzem a novas percepções.

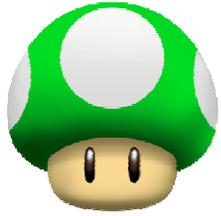
❏  $\forall s \text{ Arejado}(s) \Rightarrow \exists r \text{ Adjacente}(r,s) \wedge \text{Poço}(r)$

❏  $\forall s \neg \text{Arejado}(s) \Rightarrow \neg \exists r \text{ Adjacente}(r,s) \wedge \text{Poço}(r)$

❏ Regras causais: refletem a suposta orientação da causalidade no mundo

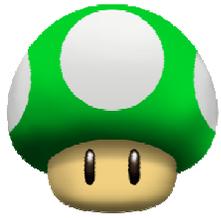
❏  $\forall r \text{ Poço}(r) \Rightarrow [\forall r \text{ Adjacente}(r,s) \Rightarrow \text{Arejado}(s)]$

❏  $\forall s [\forall r \text{ Adjacente}(r,s) \Rightarrow \neg \text{Poço}(r)] \Rightarrow \neg \text{Arejado}(s)$



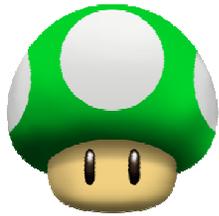
# Construção da Base de Conhecimento

- (1)** Identificar a tarefa;
- (2)** Agregar conhecimento relevante;
- (3)** Definir um vocabulário de predicados, funções e constantes;
- (4)** Codificar o conhecimento geral sobre o domínio;
- (5)** Codificar uma descrição da instância específica do problema;
- (6)** Formular consultas ao procedimento de inferência e obter respostas;
- (7)** Depurar a base de conhecimento;



## Inferência em Lógica de Primeira Ordem

- ❏ Regras de inferência simples podem ser aplicadas a sentenças com quantificadores a fim de obter sentenças sem quantificadores.
- ❏ A inferência pode ser realizada convertendo-se a base de conhecimento para a lógica proposicional e utilizando a inferência proposicional.



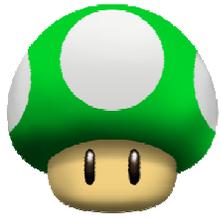
# Inferência para Quantificadores

- ❏ **Instanciação Universal:** Pode-se deduzir qualquer sentença  $\alpha$  obtida pela substituição de um termo básico  $g$  (termo sem variáveis) para a variável  $v$ .

$$\frac{\forall v \alpha}{\text{SUBST}(\{v/g\}, \alpha)}$$

- ❏ **Instanciação do Existencial:** Pode-se deduzir qualquer sentença  $\alpha$  obtida pela substituição de um símbolo de constante  $k$  (que não aparece em outro lugar na base de conhecimento) para a variável  $v$ .

$$\frac{\exists v \alpha}{\text{SUBST}(\{v/k\}, \alpha)}$$



# Inferência – Exemplos

## ❏ **Instanciação Universal**

❏  $\forall x \text{ Rei}(x) \wedge \text{Guloso}(x) \Rightarrow \text{Perverso}(x)$

❏ Pode-se deduzir:

$$\text{Rei}(\text{João}) \wedge \text{Guloso}(\text{João}) \Rightarrow \text{Perverso}(\text{João})$$

$$\text{Rei}(\text{Ricardo}) \wedge \text{Guloso}(\text{Ricardo}) \Rightarrow \text{Perverso}(\text{Ricardo})$$

## ❏ **Instanciação do Existencial:**

❏  $\exists x \text{ Rei}(x)$

❏ Pode-se deduzir:

$$\text{Rei}(\text{João})$$